

# STANDARDEKSAMENSFORSØG I FYSIK ÅR 2000 VEJLEDENDE EKSEMPLER PÅ EKSAMENSOPGAVER

## Forord

Fra sommereksamen år 2000 stilles eksamensopgaverne i fysik under den forudsætning, at eleverne har en grafisk lommeregner til rådighed. De formelle krav til de grafiske lommeregnere har imidlertid vist sig at være så beskedne, at det i fysik er svært at drage tilstrækkelig nytte af de nye muligheder. Da de ordinære sæt for eksamen i år 2000 må tage udgangspunkt i de grafiske lommeregnere, der blot opfylder minimumskravene, vil dette derfor ikke føre til større ændringer af de ordinære eksamensopgavesæt.

Undervisningsministeriet har derfor godkendt, at der med virkning fra sommeren år 2000 parallelt med den ordinære eksamen laves et standardeksamensforsøg, hvor man kan prøve at udnytte de nye muligheder, som grafiske lommeregnere som fx TI-83 og tilsvarende giver. Standardforsøget er beskrevet i Uddannelsesstyrelsens skrivelse af 5. august 1999, J.nr. 1998-2432-12, udsendt med Regelsamlingsudsendelsen 12. august 1999.

Forsøgseksamenssættene vil indeholde dels opgaver fra det ordinære sæt, dels specielle opgaver, hvor brug af grafisk lommeregner eller lignende er en afgørende fordel. De nye eksamensopgaver skal derfor kun opfattes som et supplement til den "skat" af tidligere eksamensopgaver, som definerer fagets rammer med hensyn til skriftlig eksamen.

På de følgende sider findes dels en liste over de kompetencer, som eksamensopgaverne vil kunne bygge på, dels eksempler på nye eksamensopgaver. Sidst i hæftet giver opgavekommissionen et bud på løsning af opgaver, som på væsentlig måde bygger på anvendelse af avancerede grafiske lommeregnere. Eksemplerne er desuden kommenteret, så de kan være udgangspunkt for lærernes drøftelse med elever og kollegaer om kravene til en besvarelse.

Nye oplysninger og eventuelle nye eksempler på opgaver m.m. gøres løbende tilgængelige på fysiks hjemmeside på sektornettet: [www.fy.gymfag.dk](http://www.fy.gymfag.dk) .

På opgavekommissionens vegne  
Carsten Claussen                      Claus Christensen  
formand                                      fagkonsulent  
august 1999

INDHOLD		
Den grafiske lommeregner til skriftlig eksamen	side	2
Vejledende eksempler på opgaver	side	4
Eksempler på opgaveløsninger	side	10

# Den grafiske lommeregner til skriftlig eksamen

## Baggrunden

Den skriftlige prøve i fysik tager udgangspunkt i det samlede kernestof i fysik på obligatorisk og på højt niveau. Eksaminanderne skal dokumentere, at de behersker det faglige stof på en sådan måde, at de er i stand til at løse faglige problemer og give argumenterede svar. I denne sammenhæng optræder en række centrale, faglige kompetencer eller metodefærdigheder, der ofte er knyttet til matematiske teknikker. De bruges her i en sammenhæng, hvor resultaternes rimelighed og forskellige modellers anvendelighed kan vurderes ud fra fysikfaglige kriterier.

## Kompetenceområder

Der er tre hovedområder, hvor den grafiske lommeregner giver eksaminanderne nye muligheder. I rammen er opregnet de kompetencer, som danner grundlaget for eksamensforsøget 1999-2000.

### "IT-kompetencer"

#### ved standardeksamensforsøget i skriftlig fysik på A-niveau ved sommereksamen 2000

Eksaminanderne skal ved hjælp af lommeregner / dataprogram kunne

#### Ligninger

- løse 1 ligning med 1 ubekendt numerisk

#### Datasæt af formen $(x, y)$

- indtaste et givet datasæt i lommeregnerens hukommelse
- transformere datasæt (ved kvadrering,...)
- plotte et datasæt som punkter i fornuftigt vindue
- fitte et datasæt med bedste rette linie (angive  $a$ ,  $b$  og  $r^2$ )
- fitte et datasæt med bedste eksponentielle udvikling (angive  $a$ ,  $b$ )
- fitte et datasæt med bedste potensudvikling (angive  $a$ ,  $b$ )
- fitte et datasæt med et 2. gradspolynomium (angive  $a$ ,  $b$  og  $c$ )
- indtegne fittets graf sammen et plottet datasæt

#### Funktioner

- tegne grafen for en funktion i et fornuftigt vindue ud fra en forskrift
- finde nulpunkter
- finde areal af område mellem graf og 1.aksen
- finde ekstremumssteder og -værdier
- bestemme tangenthældninger
- finde skæringspunkter mellem to grafer

Listen over relevante kompetencer vil indgå i evalueringen af forsøget efter eksamen i sommeren 2000. Derefter kan mindre justeringer komme på tale.

## Litteratur om brug af grafisk lommeregner

Bjørn Felsager og Gert Schomacker: *Tænk med en graf*, Munksgaard 1997.

Knud Nissen: *Eksempelsamling til TI-83*, Texas Instruments 1997.

Gert Schomaker: Residualer og regressionsmodeller, *Galaxen* nr. 18, Texas Instruments Danmark september 1998 (s.4-7)

Finn Derno: *Matematik med grafregner*, Esselte

# Vejledende eksempler på nye eksamensopgaver

## 1. Som dybest brønd ...

Man kan bestemme dybden af en brønd ved at lade en sten falde ned i brønden fra jordoverfladen og måle, hvor lang tid det varer, før man hører plasket.

Lydens fart er 343 m/s. Man kan se bort fra luftmodstanden under stenens fald.

- a) Hvor dyb er brønden, når det varer 3,20 sekund, før man hører plasket?

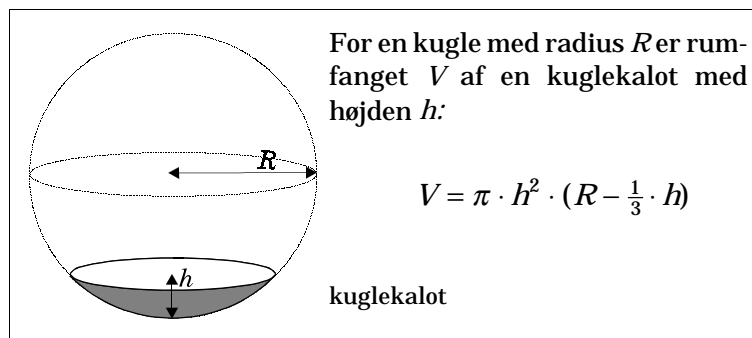
## 2. Sejlende globus



I Silkeborg var der i mange år opstillet en kugleformet gasbeholder malet som en globus. I starten af 1970'erne blev globussen flyttet til et andet sted i byen. En del af transporten foregik som vist på fotografiet på Silkeborg-søerne.

Globussens masse er 40,0 ton, og diameteren er 10,0 meter.

- a) Hvor dybt stak globussen ned i vandet under sejlturen?



### 3. Bestemmelse af halveringstid

$t / \text{min}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$A / \text{MBq}$	2,50	1,90	1,45	1,09	0,86	0,62	0,49	0,36	0,27	0,23

I tabellen ovenfor er aktiviteten  $A$  af et radioaktivt præparat angivet som funktion af tiden  $t$ .

- Bestem halveringstiden for det involverede nuklid.
- Hvor lang tid går der, før aktiviteten er faldet til 1,00 kBq?

### 4. Trykmåling

I et eksperiment måles sammenhørende værdier for trykket  $p$  og rumfanget  $V$  for noget luft i en glassprøjte ved temperaturen  $22 \text{ }^\circ\text{C}$ .

- Begrund, at  $1/p$  og  $V$  må forventes at være proportionale.

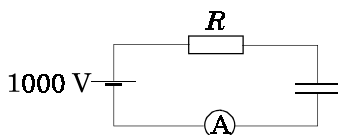
$V / \text{cm}^3$	100,0	90,0	80,0	70,0	60,0	50,0	40,0	30,0	20,0	10,0
$p / \text{kPa}$	51,8	57,3	64,4	73,1	84,8	101,0	124,9	162,7	236,1	424,5

I tabellen er angivet en måleserie fra eksperimentet. Rumfanget  $V$  er aflæst direkte på glassprøjten, og der er derfor ikke taget hensyn til det rumfang  $V_0$ , som udgøres af slangen til trykmåleren og det indre af selve trykmåleren. Der er derfor en lineær sammenhæng mellem  $1/p$  og  $V$ .

- Bestem ved hjælp af den lineære sammenhæng rumfanget  $V_0$  og stofmængden.

## 5. Tyverialarm

Kapacitansen af en pladekapacitor vokser, hvis man anbringer et isolerende materiale mellem pladerne. Indsætter man en hånd mellem pladerne, giver det en ændring af kapacitansen, som kan bruges til at fremstille en tyverialarm.



Figuren viser et forenklet elektrisk kredsløb for en sådan tyverialarm. Når tyverialarmen er uforstyrret, er kapacitansen af pladekapacitoren  $10,0 \text{ pF}$ .

- a) Beregn størrelsen af ladningen på en af kapacitorens plader.

En person stikker hånden ind mellem pladerne og aktiverer tyverialarmen, idet kapacitansens kapacitans øges til  $C = 11,0 \text{ pF}$ . Man kan regne med, at ændringen af kapacitansen sker øjeblikkeligt. Efter ændringen vil der løbe en elektrisk strøm i kredsløbet.

- b) Gør rede for, at strømstyrken  $I_0$  umiddelbart efter kapacitansændringen er

$$I_0 = \frac{90,9 \text{ V}}{R}$$

hvor  $R$  er resistansen i kredsløbet.

Efter kapacitansændringen aftager strømstyrken eksponentielt og kan beskrives ved udtrykket

$$I = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{R \cdot C}\right)$$

For at man kan registrere en eventuel kapacitansændring (dvs. at tyverialarmen udløses) skal strømstyrken gennem amperemetret i tilstrækkeligt lang tid ( $0,20 \text{ ms}$ ) være mindst  $1,0 \mu\text{A}$ . Det kræver, at resistansen  $R$  hverken er for stor eller for lille.

- c) Mellem hvilke grænser skal resistansen  $R$  ligge, for at tyverialarmen virker?

## 6. Rullende stålkugle

En stålkugle ruller med konstant acceleration ned ad et skråplan. Tabellen nedenfor giver sammenhørende værdier af tiden  $t$  og positionen  $s$  for stålkuglen.

$t/s$	0,041	0,073	0,100	0,15	0,18	0,22	0,25	0,27
$s/m$	0,050	0,075	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350

- Bestem kuglens acceleration  $a$ , starthastighed  $v_0$  og startsted  $s_0$ .
- Hvor er kuglen, når hastigheden er 3,0 m/s?

## 7. Det skæve tårn



Den italienske fysiker Galileo Galilei (1564-1642) får i reglen æren for at være den første, som eksplicit formulerede loven om, at alle legemer har samme faldtid over en bestemt strækning ("de falder lige hurtigt"). Der fortælles i den forbindelse mange anekdoter om faldforsøg, han skulle have lavet fra toppen af det skæve tårn i Pisa.

En række eksperimenter gennemføres med kugler med radius 8,42 cm og masse 5,00 kg.

- Bestem disse kuglers densitet.

Faldtiden fra et højt tårn er for disse kugler med moderne udstyr målt til 3,43 s.

- Hvilken værdi giver det for tårnets højde, hvis man ser bort fra luftmodstand? Hvilken fart vil kuglen i så fald have, umiddelbart før den rammer jorden?

Luftmodstanden  $F$  på en kugleformet genstand med radius  $r$  kan beskrives ved et udtryk af formen

$$F = k \cdot r^2 \cdot v^2$$

hvor  $v$  er kuglens fart og  $k = 0,820 \text{ kg/m}^3$ .

- c) Forklar, hvorfor kuglen efter en vis faldtid vil bevæge sig med konstant fart. Vis, at den konstante fart  $v_0$  for en kugle er  $91,9 \text{ m/s}$ .

Slipper man en sådan kugle slippes fra hvile, er dens fart  $v$  som funktion af faldtiden  $t$  givet ved

$$v(t) = v_0 \cdot \frac{\exp(b \cdot t) - 1}{\exp(b \cdot t) + 1}$$

hvor  $g$  er tyngdeaccelerationen,  $v_0$  den konstante slutfart og  $b = 2 \cdot g / v_0$ .

- d) Hvad er farten, lige før kuglen rammer jorden?

Ud fra forskriften  $v(t)$  kan man ud fra den målte faldtid bestemme en værdi for tårnets højde, når der tages hensyn til luftmodstanden.

- e) Hvilken værdi giver det for tårnets højde, når faldtiden er  $3,43 \text{ s}$ ?

## 8. Vandstrøm gennem tynde rør

### Poiseuilles lov

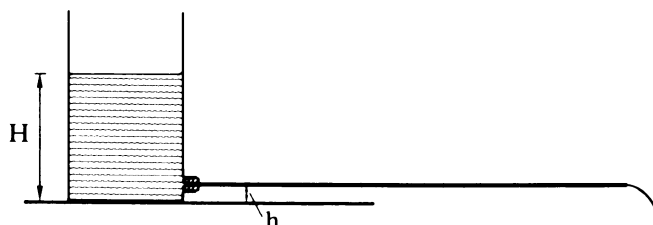
Når en væske strømmer gennem et rør, er der et trykfald langs røret. Trykfaldet skyldes dels væskens gnidning mod rørvæggen, dels de enkelte væskedeles gnidning mod hinanden. Når væskens strømningsfart ikke er for stor, er den masse  $I_m$ , som pr. tidsenhed løber ud af røret, givet ved Poiseuilles lov

$$I_m = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \nu} \cdot \frac{p_1 - p_2}{L}$$

hvor  $r$  er det cylinderformede rørs indre radius,  $p_1 - p_2$  trykfaldet langs røret og  $L$  rørets længde. Den kinematiske viskositet  $\nu$  beskriver væskens gnidningsmodstand.

Et tyndt rør er anbragt vandret i en beholder med vand. Vandet strømmer langsomt ud gennem røret. Vandtilførslen til beholderen kan reguleres, så overfladens højde  $H$  over beholderens bund er konstant, mens der strømmer vand ud gennem det tynde rør, der er anbragt i højden  $h = 4,0$  cm over beholderens bund.

- a) Hvilken højde  $H$  over beholderens bund skal væskeoverfladen have, når trykfaldet over røret skal være  $0,59$  kPa?



Med denne opstilling gennemføres en måleserie, hvor der efter tur anvendes et rør med forskellige radier. Måleresultaterne fremgår af tabel 1.

**TABEL 1**

$r / \text{mm}$	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90
$I_m / (\text{g/min})$	13,9	20,4	28,7	39,7	53,4	70,3	91,0	116	145	181

Rørene er alle 1,10 meter lange.

- b) Bestem ud fra sammenhængen mellem  $r^4$  og  $I_m$  en værdi for vands kinematiske viskositet  $\nu$ .

Væskens fart gennem røret vokser, når rørets radius øges. Når radius er over en vis grænse,  $r_0$ , gælder Poiseuilles lov ikke længere, fordi strømmingen er blevet uregelmæssig (turbulent). Tabel 2 giver måleresultaterne under samme forsøgsbetingelser som ved data i tabel 1 for forskellige rørradier i det område, hvor strømmingen bliver uregelmæssig.

**TABEL 2**

$r / \text{mm}$	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50
$I_m / (\text{g/min})$	222	308	371	450	502	535	553

- c) Find ved hjælp af Poiseuilles lov de forventede værdier for  $I_m$  for hver af radiusværdierne i tabel 2.  
Bestem på dette grundlag en værdi for grænseradius  $r_0$ .

## Eksempler på opgaver med løsning

### A. Densitetsbestemmelse

I et eksperiment hældes lidt olie ad gangen i et måleglas. Sammenhørende værdier af oliens rumfang  $V$  og massen  $m$  af det delvist fyldte måleglas er anført i tabellen.

$V / \text{cm}^3$	21	45	62	75	95	110	131	147	160
$m / \text{g}$	110,5	131,2	145,8	156,9	173,2	187,0	204,3	217,8	228,6

a) Bestem oliens densitet og måleglassets masse.

#### Eksempel på løsning

På vægten aflæses den samlede masse  $m$  af olie og måleglas. Måleglassets masse kaldes  $m_0$ . Udtrykt ved oliens densitet  $\rho$  og rumfang  $V$  er oliens masse

$$m_{\text{olie}} = \rho \cdot V$$

og dermed fås

$$m = \rho \cdot V + m_0$$

Det viser, at  $(V, m)$ -grafens forventes at være lineær, og at  $\rho$  og  $m_0$  kan findes som liniens hældningskoefficient henholdsvis skæringspunkt med andenaksen.

Lineær regression på datasættet  $(V, m)$  i skemaet giver

$$a = 0,850 \text{ g/cm}^3$$

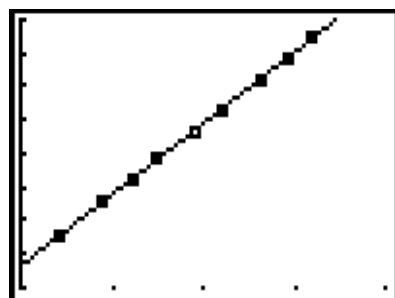
$$b = 92,9 \text{ g}$$

$$r^2 = 0,9999$$

Forklaringsgraden  $r^2$  er her så tæt på 1, at de eksperimentelle data ikke giver anledning til at forkaste den lineære model. Inspektion af grafen på lommeregneren viser, at ingen datapunkter ser ud til at afvige nævneværdigt fra regressionslinien.

**Densiteten er  $0,850 \text{ g/cm}^3$ , mens massen af det tomme glas er  $92,9 \text{ g}$ .**

#### Kommentar til løsningen



$(V, m)$ -graf, enheder ( $\text{cm}^3$ , g)  
Grafvindue:  $[0; 200] \times [80; 240]$

Figuren til venstre viser til orientering skærbilledet for den lineære tilpasning på en TI-83. I eksamenssituationen kan skærbilledet ikke på samme måde gengives i besvarelsen, men det kan selvfølgelig skitseres, hvis det har betydning for argumentationen. Under alle omstændigheder er det vigtigt, at vinduets grænser og enhederne fremgår af besvarelsen.

Når regression anvendes, skal det af besvarelsen tydeligt fremgå:

- Hvad der er den uafhængige henholdsvis den afhængige variable
- Hvilke enheder, der benyttes for de forskellige størrelser

- Regressionens resultat  $a$  og  $b$  (inklusiv enheder)
- Ved lineær regression kan forklaringsgraden  $r^2$  uden at punkterne bliver afbildet i et koordinatsystem, anvendes til at undersøge, om et forelagt eksperimentelt datasæt giver anledning til at forkaste en given lineær model.

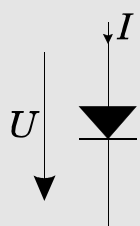
Det understreges, at hvis der i en given sammenhæng ikke på forhånd foreligger en lineær model, så kan man ikke ud fra  $r^2 \approx 1$  alene slutte, at datasættet bedst beskrives ved en netop lineær sammenhæng. For at vurdere det, må punkterne plottes i et koordinatsystem til yderligere undersøgelse.

## B. Diode

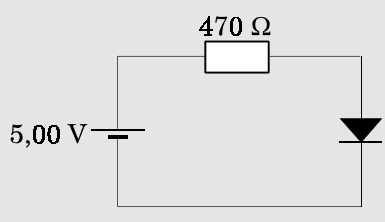
For en diode kan sammenhængen mellem strømstyrken  $I$  gennem den og spændingsfaldet  $U$  over den beskrives ved formlen

$$I = I_0 \cdot \left[ \exp\left(\frac{e \cdot U}{k \cdot T}\right) - 1 \right]$$

hvor  $e$  er elementarladningen,  $k$  Boltzmann konstanten og  $T$  diodens kelvintemperatur. Konstanten  $I_0$  har værdien 2,5 pA ved 293 K.



Dioden forbindes som vist med en resistor og spændingskilde.



a) Bestem spændingsfaldet over dioden og strømstyrken gennem den, når kelvintemperaturen er  $T = 293$  K.

### Eksempel på løsning

Da resistoren og dioden er seriekoblede, er det samlede spændingsfald over resistor og diode lig med 5,00 V. Spændingsfaldet over resistoren er i følge Ohms lov

$$U(\text{resistor}) = R \cdot I$$

hvor  $R$  er resistansen og  $I$  strømstyrken i kredsløbet. Spændingsfaldet  $U$  over dioden må derfor opfylde ligningen

$$U + R \cdot I_0 \cdot \left[ \exp\left(\frac{e \cdot U}{k \cdot T}\right) - 1 \right] = 5,00 \text{ V}$$

eller

$$U + R \cdot I_0 \cdot \left[ \exp\left(\frac{e \cdot U}{k \cdot T}\right) - 1 \right] - 5,00 \text{ V} = 0 \text{ V}$$

Når resistansen indsættes i  $\Omega$  og strømstyrken i A, får det andet led også enheden V. Tilsvarende er argumentet for eksponentialfunktionen uden enhed, når ladningen indsættes i C, spændingsfaldet i V, Boltzmann konstanten i J/K og temperaturen i K, idet  $C \cdot V = J$ .

Ligningen kan derfor løses numerisk med henblik på at bestemme spændingsfaldet  $U$  i enheden V. Ligningen er løst numerisk ved hjælp af en TI83-lommeregner. Konstanterne har værdien  $R = 470 \Omega$ ,  $I_0 = 2,5 \cdot 10^{-12} \text{ A}$ ,  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$  samt  $T = 293 \text{ K}$ . Lommeregneren leverer med gættet  $U = 1,00 \text{ V}$  løsningen  $U = 0,557 \text{ V}$ .

Ved indsættelse af denne værdi for  $U$  i det opgivne udtryk for strømstyrken gennem dioden fås  $I = 9,45 \cdot 10^{-3} \text{ A}$ .

**Spændingsfaldet over dioden er 0,557 V, mens strømstyrken gennem den er 9,45 mA.**

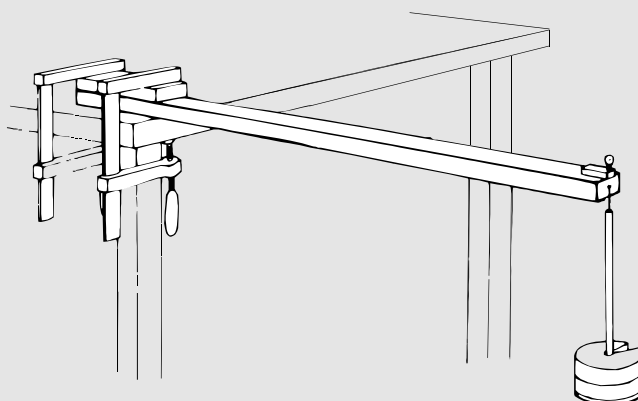
*Kommentarer til løsningen*

De to relevante skærbilleder fra en TI-83 er vist nedenfor.

```
EQUATION SOLVER
eqn: 0=U+R*I*(e^(
E*U/(K*T))-1)-5
```

```
U+R*I*(e^(E*U...=0
U=.55662152862...
R=470
I=2.5E-12
E=1.602E-19
K=1.38E-23
T=293
bound={-1E99,1...
```

### C. Bjælkers nedbøjning



Figuren viser en del af en opstilling, der kan bruges til at undersøge bjælkers elastiske egenskaber. Bjælken fastgøres på et bord, så en del af den rager ud over bordkanten. Den frie ende belastes med et lod, og man måler, hvor langt den frie ende nedbøjes.

I et eksperiment belastes den frie ende i alle målingerne med det samme lod, mens det stykke  $L$ , som bjælken rager ud over bordet, varieres. Tabel 1 viser sammenhørende værdier for længden  $L$  og nedbøjningen  $y$ .

**Tabel 1**

$L / \text{m}$	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75
$y / \text{mm}$	0,20	0,66	1,58	3,01	5,32	8,39

I en model for bjælkers nedbøjning er nedbøjningen  $y$  proportional med  $L^n$ , hvor  $n$  er et helt tal:

$$y = c \cdot L^n$$

- a) Bestem ud fra dataene i tabel 1 eksponenten  $n$  samt konstanten  $c$ .

I et andet eksperiment bestemmes sammenhørende værdier for massen  $m$  af lodderne og nedbøjningen  $y$ , når  $L = 0,90 \text{ m}$  - se tabel 2.

**Tabel 2**

$m / \text{kg}$	1,00	2,00	5,00	7,00	9,00	10,00
$y / \text{mm}$	1,93	3,94	9,85	13,75	17,70	19,65

- b) Bjælken antages at være elastisk. Understøtter forsøgsresultaterne dette? Beregn bjælkens stivhed.
- c) Beregn massen af det benyttede lod i det første eksperiment.

### Eksempel på løsning

a)

Potens-regression på datasættet  $(L, y)$  i tabel 1 giver eksponenten 3,022. Heraf sluttes, at  $n=3$ . Lineær regression på datasættet  $(L^3, y)$  med enhederne  $m^3$  henholdsvis mm giver

$$a = 1,5670 \text{ mm/m}^3 \quad b = -0,001183 \text{ mm} \quad r^2 = 1,000$$

Konstanten  $c$  er det samme som hældningskoefficienten og har derfor værdien

$$c = a = 1,5670 \text{ mm/m}^3 = 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-2}$$

**Eksponenten  $n$  er 3, og konstanten  $c$  har værdien  $1,57 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-2}$ .**

b)

At bjælken er elastisk betyder, at størrelsen  $F$  af den kraft, som bøjer bjælken, er proportional med nedbøjningen  $y$

$$F = k \cdot y$$

hvor konstanten  $k$  er bjælkens stivhed. Her er det loddernes tyngdekraft, som bøjer bjælken, dvs.  $F = m \cdot g$ , og derfor er

$$m = \frac{k}{g} \cdot y$$

Dette viser, at  $(y, m)$ -grafene forventes at være en ret linje gennem  $(0,0)$ .

Lineær regression på datasættet  $(y, m)$  i tabel 2 giver

$$a = 0,5083 \text{ kg/mm} \quad b = 0,00575 \text{ kg} \quad r^2 = 1,00000$$

Eftersom den bedste rette linjes skæring med andenaksen er 0,00575 kg, og det er klart mindre den angivne nøjagtighed på de målte masser  $m$ , er det rimeligt at slutte, at den bedste rette linje går gennem  $(0,0)$ . Sammenholdes det med  $r^2=1,0000$ , kan det konkluderes, at forsøgsresultaterne understøtter antagelsen om, at bjælken er elastisk.

Liniens hældning er  $a = k / g$ , hvorfor

$$k = a \cdot g = \left(0,5083 \frac{\text{kg}}{10^{-3} \text{ m}}\right) \cdot \left(9,82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 5,0 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

**Bjælken er elastisk og har stivheden 5,0 kN/m.**

c)

Indsættes  $L = 0,90 \text{ m}$  i  $y = c \cdot L^3$ , fås  $y = 1,14 \text{ mm}$ . Den benyttede masse i det første eksperiment er så

$$m = \frac{k}{g} \cdot y = a \cdot (1,14 \text{ mm}) = 0,58 \text{ kg}$$

**Bjælken var i første eksperiment belastet med 0,58 kg.**

### Kommentar til løsningen

Bemærk, at man i spørgsmål a *ikke* bliver bedt om at argumentere for rimeligheden af den givne model.

## D. 100 meter-løb

Tabellen viser, hvordan hastigheden  $v$  varierer gennem de første tre sekunder af et bestemt 100 meter-løb.

$t / s$	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00
$v/(m/s)$	0,00	1,85	3,10	4,20	5,10	5,65	6,20	6,55	6,85	7,10	7,30	7,45	7,65

a) Hvor langt er løberen kommet efter de første 3,00 sekunder af løbet?

### Eksempel på løsning

Den samlede vejlængde kan beregnes som summen

$$\Delta s = \sum v \cdot \Delta t$$

af bidrag, hvor hastigheden  $v$  regnes for konstant i tidsrummet  $\Delta t$ . Sættes hastigheden i hvert af tidsintervallerne  $[0 \text{ s}; 0,25 \text{ s}]$ ,  $[0,25 \text{ s}; 0,50 \text{ s}]$  osv. til start- henholdsvis slutværdi fås en under- henholdsvis overvurdering af den tilbagelagte vejlængde

$$\Delta s_{\min} = (0,25 \text{ s}) \cdot (0,00 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 1,85 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \dots + 7,45 \frac{\text{m}}{\text{s}}) = 15,3375 \text{ m}$$

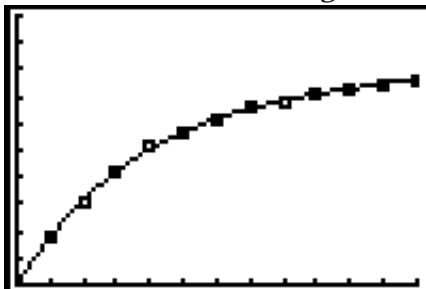
$$\Delta s_{\max} = (0,25 \text{ s}) \cdot (1,85 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 3,10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + \dots + 7,65 \frac{\text{m}}{\text{s}}) = 17,25 \text{ m}$$

Gennemsnittet af disse to værdier giver en vurdering af den tilbagelagte vejlængde

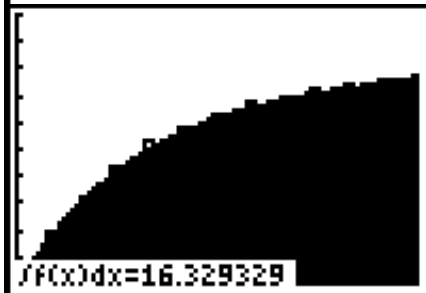
$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot (15,3375 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 17,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}) = 16,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Den tilbagelagte vejlængde er 16,3 m.**

### Kommentarer til løsningen



Et oplagt alternativ er, som vist på skærmbilledet fra en TI-83, at fitte  $(t, v)$ -data med fx et 4. grads polynomium.



Herefter kan den tilbagelagte vejlængde findes som arealet under grafen, der bestemmes ved en numerisk integration over tidsintervallet  $[0 \text{ s}; 3 \text{ s}]$ . Det giver, som det fremgår af det viste skærmbillede fra en TI-83, værdien 16,3 m.