

# Svar på opgave 2009-99

## November 2009

### Opgaven:

De reelle tal  $a$ ,  $b$  og  $c$  er ikke 0 og opfylder, at

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 0 .$$

Beregn værdien af udtrykket

$$w = \frac{3b+2c}{6a} + \frac{2c+6a}{3b} + \frac{6a+3b}{2c} .$$

### Løsning:

#### 1. metode.

Vi omskriver  $w$  således ved at dele op i flere brøker:

$$w = \frac{3b}{6a} + \frac{2c}{6a} + \frac{2c}{3b} + \frac{6a}{3b} + \frac{6a}{2c} + \frac{3b}{2c} .$$

Vi sætter uden for parentes i de brøker, der har fælles tæller:

$$w = 3b\left(\frac{1}{6a} + \frac{1}{2c}\right) + 2c\left(\frac{1}{6a} + \frac{1}{3b}\right) + 6a\left(\frac{1}{3b} + \frac{1}{2c}\right) .$$

Vi sætter i hvert led  $\frac{1}{6}$  uden for parentes:

$$w = \frac{3b}{6}\left(\frac{1}{a} + \frac{3}{c}\right) + \frac{2c}{6}\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b}\right) + \frac{6a}{6}\left(\frac{2}{b} + \frac{3}{c}\right)$$

Leddene i hver parentes indeholder to af leddene i ligningen (1), så vi finder på at lægge det sidste led til i hver parentes og samtidig trække fra igen:

$$w = \frac{3b}{6}\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c}\right) - \frac{3b}{6} \cdot \frac{2}{b} + \frac{2c}{6}\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c}\right) - \frac{2c}{6} \cdot \frac{3}{c} + \frac{6a}{6}\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c}\right) - \frac{6a}{6} \cdot \frac{1}{a}$$

Hver af de tre parenteser er 0, så

$$w = -\frac{6b}{6b} - \frac{6c}{6c} - \frac{6a}{6a} = -1 - 1 - 1 = -3 .$$

**2. metode**

(Björg Graves Hvidt, 1w, Silkeborg Gymnasium).

Denne metode er en særdeles fiks løsning. Vi ser på ligningen (1), som vi dividerer med 6 på begge sider:

$$\frac{1}{6a} + \frac{2}{6b} + \frac{3}{6c} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{6a} + \frac{1}{3b} + \frac{1}{2c} = 0 .$$

I denne ligning ganger vi på begge sider med  $6a + 3b + 2c$ :

$$\frac{6a+3b+2c}{6a} + \frac{6a+3b+2c}{3b} + \frac{6a+3b+2c}{2c} = 0 .$$

Hver brøk deles i to brøker:

$$\frac{3b+2c}{6a} + \frac{6a}{6a} + \frac{6a+2c}{3b} + \frac{3b}{3b} + \frac{6a+3b}{2c} + \frac{2c}{2c} = 0$$

hvoraf

$$\frac{3b+2c}{6a} + 1 + \frac{6a+2c}{3b} + 1 + \frac{6a+3b}{2c} + 1 = 0$$

eller

$$\frac{3b+2c}{6a} + \frac{6a+2c}{3b} + \frac{6a+3b}{2c} = -3 .$$

Altså er  $w = -3$ .