Evaluering af skriftlig eksamen i matematik stx og hf

2005

Indhold

Forord

Hermed foreligger rapporten med evaluering af de skriftlige prøver i matematik ved studentereksamen og højere forberedelseseksamen maj 2005.

Fra sommeren 2006 begynder de første skriftlige prøver efter reformen, i første omfang for matematik C på hf. De nye læreplaner har fokus på de matematiske kompetencer, og dette skal i en eller anden forstand afspejles i de skriftlige eksamenssæt. Et sådant skift i fokus er ikke en enkel sag at foretage: Nye elementer skal forbindes med gennemprøvede metoder og værdifulde erfaringer fra hidtidig undervisning. For at undgå, at den foreliggende evalueringsrapport bliver opfattet som et i hovedsagen tilbageskuende skrift, har jeg bedt en særlig arbejdsgruppe om at analysere de enkelte opgavesæt og svare på, hvilke færdigheder og kompetencer de enkelte spørgsmål evaluerer. En række censorer har via spørgeskemaer bidraget til denne evaluering af opgavesættene. Denne del af rapporten skal opfattes som en slags pilotprojekt: På baggrund af erfaringerne med dette analysearbejde vil der i forbindelse med evalueringen af sommereksamen 2006 blive tilvejebragt et mere omfattende og detaljeret materiale til brug for en analyse af de enkelte opgaver og af, hvorledes eksaminanderne klarer de enkelte spørgsmål.

Jeg håber materialet kan bidrage til de nødvendige diskussioner om, hvorledes vi både sikrer et skift i fokus i overensstemmelse med de nye læreplaner og bevarer de værdifulde elementer i den skriftlige eksamen, som vi kender den i dag.

Evalueringsrapporten indeholder som altid en række kommentarer til de enkelte opgaver og spørgsmål. Alle lærere kan samtidig med stor fordel inddrage detailkommentarerne fra tidligere års evalueringsrapporter, når der undervises i udformningen af de skriftlige besvarelser.

Når der som her sættes fokus på problemfelterne, risikerer man at få et falsk billede af elevernes og kursisternes formåen. Der er derfor grund til at understrege, at den store gruppe i både gymnasiet og hf på tilfredsstillende måde lever op til de faglige krav, der stilles.

Tak til censorerne for deres tilbagemelding og en særlig tak til arbejdsgruppen, som bestod af Claus Jessen, Frederiksberg Gymnasium, Morten Overgaard Nielsen, KVUC og Niels Grønbæk, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

Bjørn Grøn, fagkonsulent

Sammenfatning

Evalueringsrapporten er udarbejdet på baggrund af eksaminandernes faktiske præstationer ved prøverne og censorernes kommentarer til besvarelserne til opgavesættene samt deres oplysninger om pointtildeling i forbindelse med forcensuren. Desuden er selve opgavesættene evalueret dels gennem spørgeskemaer besvaret af censorerne ved censormødet og dels gennem analyser af udvalgte opgaver og opgavesæt. Der er kun inddraget prøverne fra eksamensterminen maj 2005. Sygeeksamensopgaverne fra august 2005 er ikke behandlet i denne rapport.

Halvdelen af samtlige skriftlige censorer skulle indberette forcensur, og langt de fleste af disse har da også gjort det. I denne forbindelse har de enkelte censorer selv valgt, hvad de har ønsket at kommentere. Dermed er der ikke lagt noget overordnet fokus på indhentningen af information fra censorerne. Det uddelte spørgeskema er mere fokuseret, men her er svarprocenten ret lav. Derfor har det ikke været muligt at vurdere, om censorkommentarer og svar på spørgeskemaerne er repræsentative.

På baggrund af det foreliggende materiale har gruppen foretaget nogle konklusioner og opstillet en række hypoteser/spørgsmål. Disse hypoteser/spørgsmål kan ikke besvares ud fra det foreliggende materiale, men kræver andre og grundigere dataindsamlinger og analyser.

Karakterfordelingerne både for stx og hf er noget asymmetriske. For de fleste karakterfordelinger for stx-niveauerne ses en udpræget forskydning mod de høje karakterer. Dette ses også af, at gennemsnittet ligger en del under medianen. Det er således vanskeligt at differentiere de bedste elever fra de blot lidt over middelgode elever. Derfor kan man spørge, om opgavesættene på disse niveauer er for nemme, og om der mangler enkelte typer af spørgsmål, som kun de bedste eksaminander kan besvare.

På hf ser man udpræget den modsatte tendens, kraftigst udtryk ved hf-kurserne på gymnasierne. Her er gennemsnittet over medianen, og der er en uforholdsmæssig stor andel af elever med meget lave karakterer. På hf ved gymnasierne er der mere end 40% af kursisterne, der opnår en dumpekarakter. Dette kan kun ses som udtryk for et grundlæggende misforhold mellem de krav, der stilles ved den skriftlige prøve og kursisternes muligheder for at honorere disse krav. Censorerne udtaler næsten enstemmigt, at de finder sættene gode, af passende omfang og rimelig sværhedsgrad. En fortolkning af dette kan være, at censorerne vurderer, at sættene afspejler pensum i den forstand, at det på passende vis når ud i alle hjørner.

Evalueringsgruppen finder, at der bør tages initiativer til at belyse, hvorfor denne skævhed opstår, og hvordan den kan afhjælpes. Man kunne spørge, om de stillede opgavetyper er de mest egnede til at teste eksaminandernes matematiske færdigheder, eller om de er for smalle i deres sigte. Man kunne opstille den hypotese, at opgaverne udelukkende er standardtyper, som eleverne enten kan løse, og så går det godt i hver opgave med en høj karakter til følge, eller også kan de ikke, og så får de ikke hul på en eneste opgave, men samler point sammen til en lav karakter ved delvist rigtige løsningsforsøg i et par opgaver. Dette kunne forklare de meget skæve fordelinger og de udprægede topuklede fordelinger, som ses i karakterfordelingerne. Dette kunne undersøges, hvis man havde data for elevernes besvarelser af de enkelte spørgsmål. En særlig vinkel på den skæve hf-fordeling kunne være, at mange spørgsmål har højt indgangsniveau.

For at undersøge bredden i de kompetencer, eksaminanderne testes i ved den skriftlige prøve, er censorerne blevet spurgt om, hvorvidt de mener, opgavesættene tester en række centrale matematiske kompetencer. Censorerne vurderer, at opgaverne primært tester anvendelse af standardmetoder fra undervisningen og i mindre grad tester andre kompetencer som fx matematisk ræsonnement, evne til at skifte mellem hverdagssprog og matematisk formalisme, anvendelse af matematik og anvendelse af regnetekniske værktøjer. Da censorerne i forbindelse med forcensurindberetningen ret entydig giver udtryk for, at opgavesættene er udmærkede, må det betyde, at traditionen i det skriftlige arbejde har udviklet sig således, at disse kompetencer ikke vægtes særligt højt. Når disse centrale matematiske kompetencer ikke tillægges stor vægt ved den skriftlige prøve, betyder det antageligt, at de heller ikke tillægges stor vægt i den daglige undervisning. I og med at fokus skifter med gymnasie- og hf-reformen, så disse kompetencer vægtes højere, får opgavekommissionerne et ansvar for at sikre, at opgaverne afspejler dette. Dette indebærer en overvejelse over, hvilke kompetencer det er hensigtsmæssigt at teste ved skriftlig eksamen, og hvilke opgavetyper der evt. er egnede til dette.

En analyse af enkelte opgavesæt er gennemført. Her konkluderes det, at opgavesættene dækker pensum, men at eleverne kan komme rigtig langt i fx stx-opgavesættet MA-2005-8-3 ved at bruge en helt programmeret fremgangsmetode. Det må formodes, at tilsvarende analyser af andre opgavesæt vil give samme resultater.

Med hensyn til normalsættene og standardforsøgene både på hf og stx viser karakterfordelingerne, at der stort set ingen forskel er på de opnåede resultater. På hf er der tilsyneladende en forskel mellem standardforsøget og normalsættet på fællesfag, når hele hf-populationen opgøres, idet eleverne, der har været til eksamen i standardforsøg, tilsyneladende klarer sig ringere. Dette skyldes, at der er en overvægt af hf-kursister, der deltager i standardforsøget på gymnasierne, mens der på VUC-kurserne er en overvægt af kursister, der går til eksamen i normalsættet. Ser man på de enkelte skoletyper for sig, forsvinder denne forskel mellem de to sæt. Ligeledes er der ikke forskel på resultaterne af normalsættene og de prøver, hvor eleverne har haft adgang til CAS-værktøjer. Opgavetyperne lægger dog heller ikke op til, at anvendelse af CAS-værktøjer er en stor fordel.

Ved sidste års evaluering blev sammenhængen mellem den enkelte elevs opnåede point ved prøven med og uden hjælpemidler undersøgt. Det blev konkluderet, at der ingen væsentlig forskel var på elevernes præstationer i de to sæt. I år viser materialet ikke nye tendenser i forhold til sidste år, hvorfor dette aspekt ikke indgår i dette års rapport.

Anbefalinger

Arbejdsgruppen anbefaler, at der tilvejebringes et grundigt datamateriale til analyse af den skriftlige eksamen i matematik i foråret 2006. Særligt bør matematik C på hf sættes i fokus, da der her tilrettelægges den første prøve efter reformens ikrafttræden. Det anbefales, at

- der indsamles datamateriale til analyse af elevernes besvarelse af de enkelte spørgsmål i opgavesættene evt. i forbindelse med indberetning af forcensuren, herunder individuelle pointtildelinger;
- der indsamles systematiske kommentarer til eksaminandernes resultater i forbindelse med forcensuren;
- der indsamles censorkommentarer i form af fokuseret spørgeskemaundersøgelse både af opgavesættet som helhed og af enkeltspørgsmål, som samtlige censorer besvarer efter endt censurering på censormødet;
- der registreres, hvordan helhedsindtrykket af opgavebesvarelserne indgår i bedømmelsen;
- en evalueringsgruppe analyserer årets opgavesæt mht. egnethed og sværhedsgrad;
- indgangstærsklen i de enkelte spørgsmål vurderes.

For at gøre censorerne arbejde mere homogent anbefales, at der udsendes retningslinjer for opgavernes vurdering

- med påpegning af mulighederne for at tildele point
  - enten at tillægge point for rigtige elementer i opgavebesvarelsen
  - eller at trække point fra ved forkerte eller utilstrækkelige elementer;
- med hensyn til, hvornår en besvarelse er tilstrækkelig mht. anvendte hjælpemidler og angivet dokumentation;
- med hensyn til helhedsvurdering af besvarelserne, herunder kvalitet af forklaringer, ræsonnementer, besvarelserne overskuelighed mv.

Ifølge de nye læreplaner skal der afsættes et vist pointtal til en helhedsvurdering af besvarelserne.

Der findes ikke en formuleret holdning til, om en bestemt type karakterfordeling bør tilstræbes ved de skriftlige eksamener i matematik. Det ville være ønskværdigt med en diskussion og måske endda afklaring heraf. Det ville både give et bedre grundlag for opgavekommissionernes arbejde og for evalueringen og diskussionen af eksamensresultaterne. Fremover anbefales det endvidere, at kommissionerne – ved siden af de normale overvejelser om sværhedsgrad, dækning af kernestof mv – drøfter hvilke kompetencer, man forestiller sig, at de enkelte opgaver og spørgsmål tester. I disse drøftelser kan årets evalueringsrapport inddrages.

Stx-prøverne

Dette afsnit indeholder først karakterstatistik for 2-årigt forløb til B-niveau, étårigt A-niveau og treårigt A-niveau og dernæst kommentarer fra skriftlige censorer. Halvdelen af de skriftlige censorer er blevet bedt om at kommentere eksamenssættene i forbindelse med indberetningen ved forcensuren. Mængden af kommentarer til det enkelte sæt fra forcensuren er i år mærket af, at der er mange sæt pga. standardforsøgene. Derfor er censorkommentarerne fra forcensuren blot udvalgte kommentarer, og de fortæller intet om udbredelsen af holdningen i kommentaren. Udvælgelseskriterierne har overvejende været, at kommentarerne skal have relevans for efterfølgende undervisning snarere end være en værdisætning af opgavesættet. Dette betyder, at de udvalgte kommentarer fortrinsvis drejer sig om elevpræstationer.

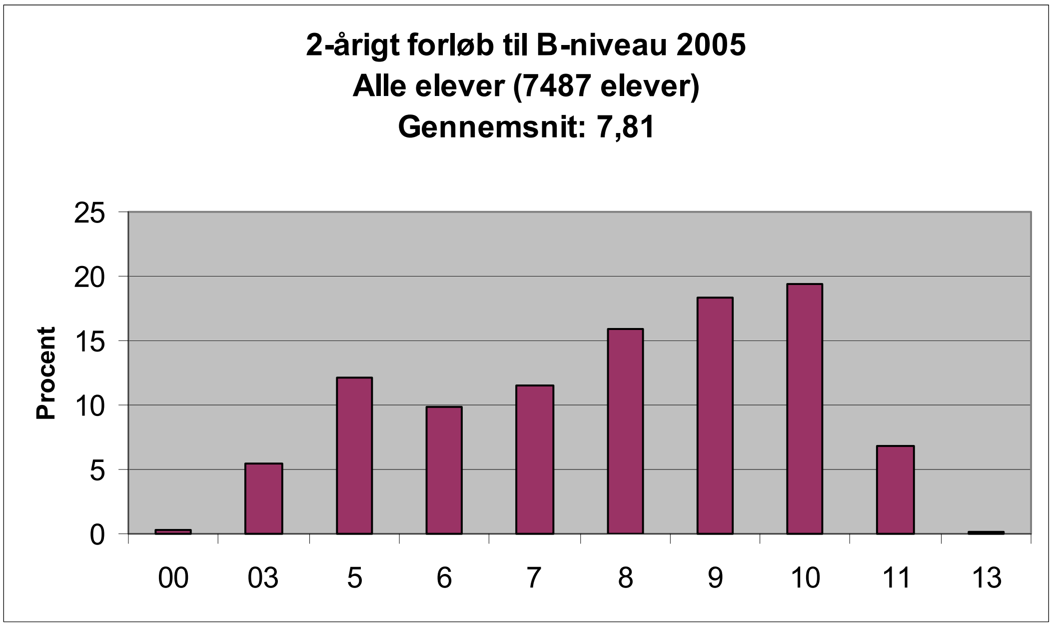
Skriftlig prøve i 2-årigt forløb til B-niveau

Ved den skriftlige eksamen i matematik stx 2-årigt forløb til B-niveau deltog i alt 7487 eksaminander. Heraf var 7277 elever fra gymnasier, 63 fra studenterkurser, 111 fra toårige hf-kurser og 36 fra VUC-kurser. Karakterfordelingen for eksaminanderne på dette niveau er:

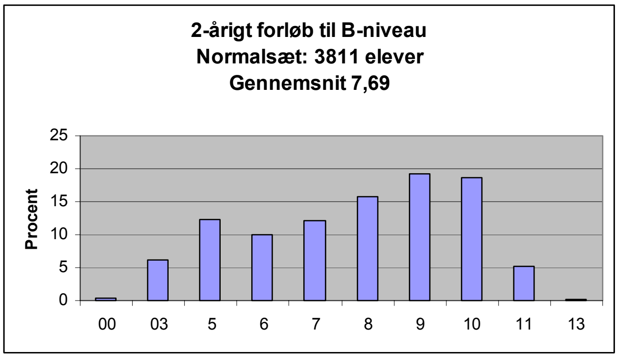
Alle elever

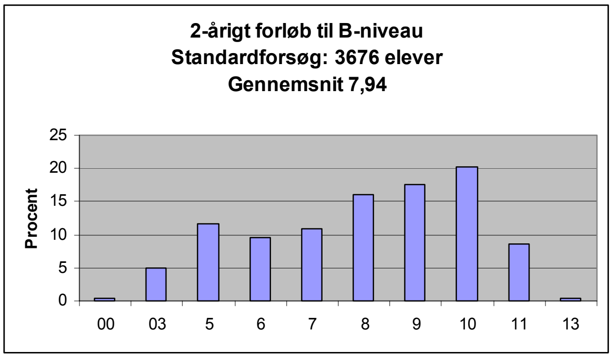
Karakter	00	03	5	6	7	8	9	10	11	13
Frekvens	0,4	5,5	12,1	9,8	11,6	15,8	18,4	19,4	6,9	0,2

Gennemsnittet var 7,81, og medianen var 8,18.



Af eleverne, der gik til eksamen på B-niveau, gik 3811 elever (50,9%) til eksamen i normalsættet, mens 3676 (49,1%) gik til eksamen i standardforsøget.





Gennemsnittet for normalsættet var 7,69, mens det for standardforsøget var 7,94.

For begge eksamenstyper er der en svag tendens til en to-puklet fordeling. For normalsættets vedkommende dumpede 18,5%, og 53,6% fik karaktererne 8, 9 og 10. De tilsvarende procentdele for standardforsøget er 16,9% og 53,8%.

Samlet set må resultaterne siges at være stort set ens for de to eksamenssæt, og at eleverne klarer sig rimelig godt til eksamen i det 2-årige forløb til B-niveau.

Censorernes kommentarer til B-sættene ved forcensuren

Sæt 8.2

Forskelle på opgaverne mellem normalsæt og standardforsøg:
Opgaverne 1d og 6 er forskellige, resten ens (dog er der en mindre formuleringsforskel i tredje spørgsmål i opgave 4).

Generelle kommentarer
- *Det er i det hele taget meget svært at får en høj karakter i sættet. Man taber meget let 15 – 20 point.*
- *Dårlig dokumentation af brug af grafregner.*
- *Folk bruger ikke grafregneren godt nok. Regression, grafer og kontrol af resultater er ikke udnyttet godt nok.*
- *Der er alt for få tegninger og skitser i besvarelserne.*

Opgave 1b
- *Udregningen af (-1)/(-1,5) volder gennemgående enorme problemer.*

Opgave 1d
- *Ingen kan lave opg. d), men det burde de.*

Opgave 1f
- *Sjovt at denne opgave falder så vanskeligt ud. Det er åbenbart for meget at håndtere både et produkt og en sum i samme opgave.*

Opgave 2
- *De dårlige klarer sig godt i opgave 2.*
- *Som sædvanlig er der mange elever, der ikke tegner.*

Opgave 3
- *De fleste tager kun 2 givne punkter.*
- *Mange udnytter med fordel lommeregnerens regression.*

- *Spørgsmålet om årlig procentisk tilvækst falder forbløffende svært ud.*
- *Den store pointtaber er opgave 3, her er der rystende mange der vælger to tal fra tabellen og ikke laver regression eller anden metode.*

Opgave 4
- *Det er ufatteligt så dårligt eleverne gør rede for, hvordan de evt. har bestemt de tre skærings-punkter.*

Opgave 5
- *De sædvanlige fejl: De kumulerede frekvenser afsættes ud for intervallets venstre endepunkt, og 100 % forsøges afsat også.*

Opgave 6b
- *En god optimeringsopgave, hvor eleverne kan forstå præmisserne.*

Sæt 8.2 standardforsøg

Generelle kommentarer
- *CAS-værktøjerne letter løsningen af de traditionelle opgaver.*
- *Sættet er godt til at demonstrere elevernes beherskelse af CAS-værktøjer. Der bliver udelukkende brug for standardfunktionerne i CAS-værktøjets mange muligheder, hvilket er rimeligt på obligatorisk niveau.*

Opgave 2
- *Hvor eleverne på sættet 2005-8-2 klarer denne opgave godt, kan man ikke sige det samme her. Et helt stort problem er dokumentationen af facit.*

Opgave 3
- *Opgave 3 løses ofte uden nogen form for dokumentation eller mellemregning.*
- *Mange tager blot to givne punkter.*

Opgave 4
- *når der står skitsér grafen, laver en del elever en fuldstændig uanvendelig, grov skitse.*
- *Det går generelt ikke så godt med dokumentationen i opgaven. Der mangler forklaringer, skitserne er sjuskede og specielt er det vanskeligt at få bestemt de vandrette tangenter.*

Opgave 5
- *Oplagt til standardforsøg. Alligevel vælger ALT for mange elever at differentiere; og de fleste gør det forkert. Og så kan man jo heller ikke finde maksimum.*

Opgave 6a
- *Tredje spørgsmål volder voldsomt besvær.*

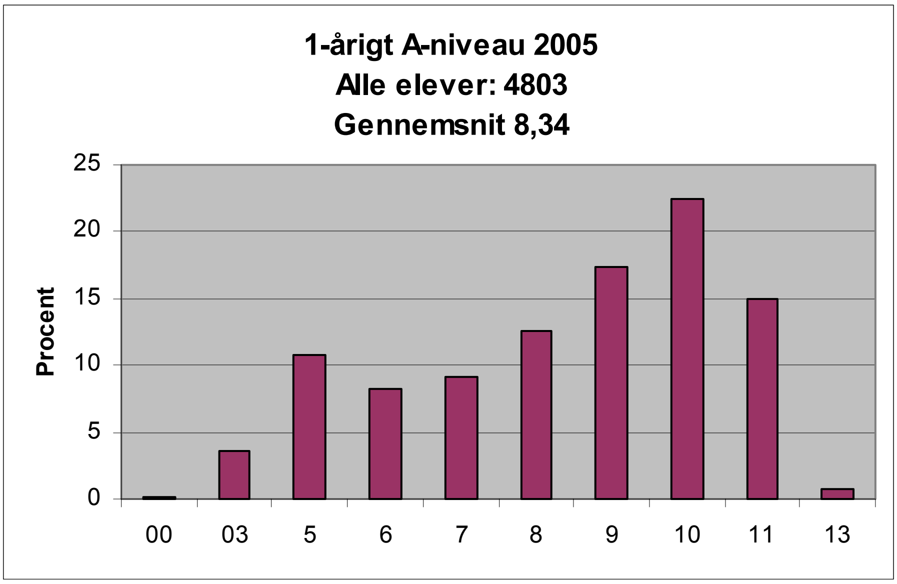
Skriftlig prøve étårigt A-niveau

Ved den skriftlige eksamen i matematik stx étårigt A-niveau deltog i alt 4803 eksaminander. Heraf var 4343 elever fra gymnasier, 78 fra studenterkurser, 87 fra toårige hf-kurser og 295 fra VUC-kurser. Karakterfordelingen for eleverne på dette niveau er:

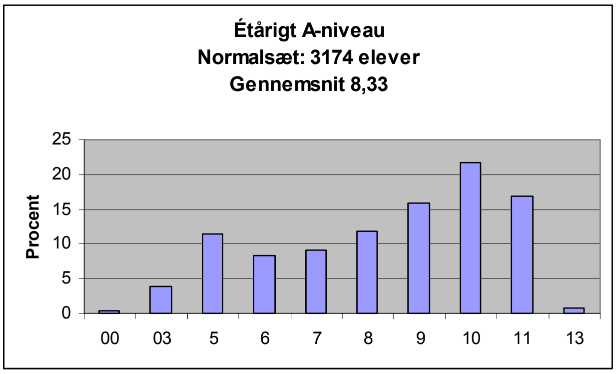
Alle elever:

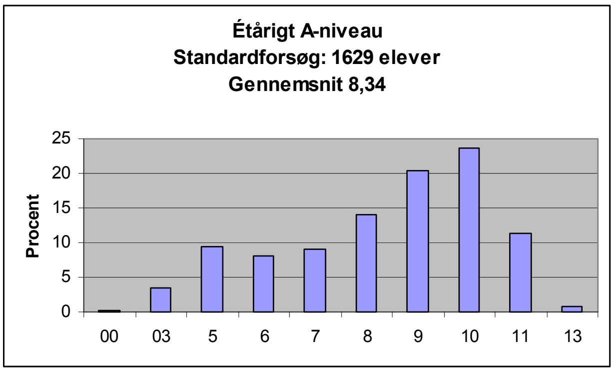
Karakter	00	03	5	6	7	8	9	10	11	13
Frekvens	0,2	3,7	10,7	8,2	9,1	12,6	17,4	22,4	15,0	0,8

Gennemsnittet var 8,34, og medianen var 8,82



Af eleverne, der gik til eksamen på det étårige A-niveau, gik 3174 elever (66,1%) til eksamen i normalsættet, mens 1629 (33,9%) gik til eksamen i standardforsøget.





Gennemsnittet for normalsættet var 8,33, mens medianen var 8,84. For standardforsøget var gennemsnittet 8,34 og medianen 8,79

Begge fordelinger er meget lig hinanden og vidner om, at resultaterne af eksamen i normalsættet og i standardforsøgssættet stort set er ens. Markant er det, at 10 er typetal, og at fordelingerne fremstår skæve med overvægt mod karaktererne 9, 10 og 11.

Samlet set må det konkluderes, at eleverne klarer denne eksamen fint.

Censorernes kommentarer til A1-sættene ved forcensuren

Sæt 8.1
Forskelle på opgaverne mellem normalsæt og standardforsøg:
Opgaverne 1d, 1e, 4, 5 og 6a er forskellige, resten ens.

Generelle kommentarer
- *Der er alt for få tegninger og skitser i besvarelserne.*

- *En hel del elever i mellemgruppen har fint styr på geometriopgaverne, mens det kniber mere med integration og differentialligninger.*

Kommentarer til enkeltopgaver
Opgave 4
- *Opg. 4 er svær for mange elever. Der forekommer alle tænkelige fejl.*

Opgave 5
- *Dræber-opgave! - Lovligheden af separationsmetoden er helt ukendt land: y = +/- kvadratrod! Definitionsmængde?*
- *Masser af regnefejl, der ender ud i de mest vanvittige tal, som dog ikke undrer eleverne.*
- *Næsten ingen elever kan finde ud af at definitionsmængden skal være sammenhængende.*

Sæt 8.1 standardforsøg
Generelle kommentarer
- *Virkede på forhånd som et let, regulært sæt, men opg. 4 går helt galt*
- *De forklarer for lidt vedrørende brug af grafregner. Alt for mange tastesekvenser.*
- *Der er stadig meget store problemer med at få eleverne til at gøre rede for hvordan de benytter redskaberne.*

Opgave 4
- *På trods af CAS-værktøj var det svært for rigtig mange elever at gennemskue – og regne! – denne opgave.*

Opgave 5
- *Her satte stort set alle point til i løsningen af differentialligningen, langt de fleste glemmer definitionsmængden.*

Opgave 6a
- *Her sker der oftere end i de almindelige sæt at eleverne tager skalarprodukt af punkter og vektorer i flæng, og benytter tværvektor i rummet!*

Opgave 6b
- *Opgave 6b lægger jo også op til numerisk løsning. Forbavsende mange kan ikke finde svaret på sp. 3 om største væksthastighed. Rigtig god forståelses-tester!*

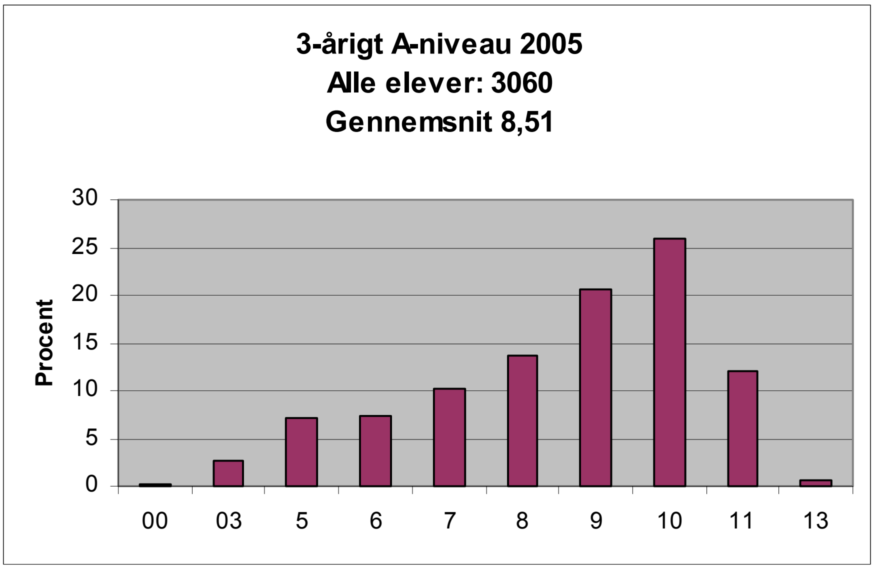
Skriftlig prøve i 3-årigt forløb til A-niveau

Ved den skriftlige eksamen i matematik stx 3-årigt forløb til A-niveau deltog i alt 3060 eksaminander. Heraf var 3033 elever fra gymnasier, 12 fra studenterkurser, 15 fra toårige hf-kurser og ingen fra VUC-kurser. Karakterfordelingen for eleverne på dette niveau er:

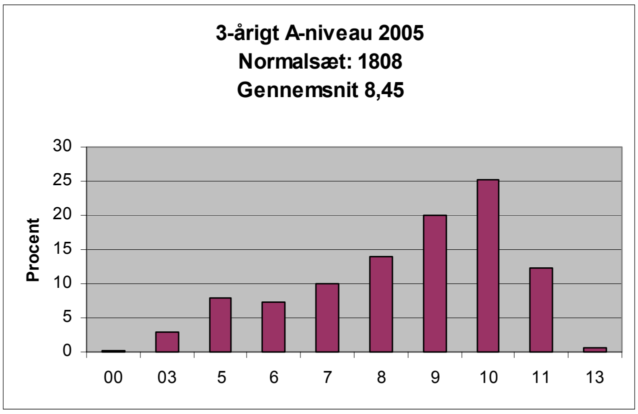
Alle elever:

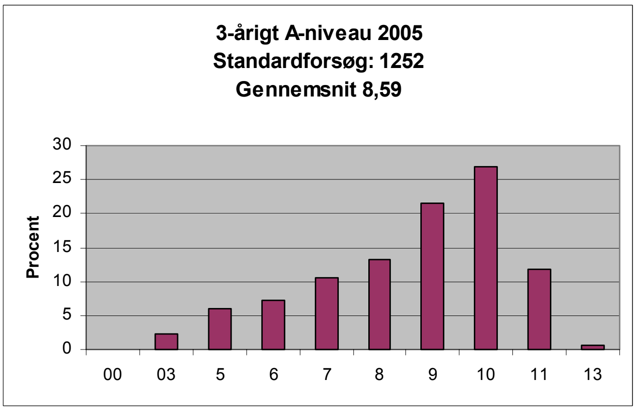
Karakter	00	03	5	6	7	8	9	10	11	13
Frekvens	0,1	2,6	7,1	7,3	10,2	13,6	20,5	25,8	12,1	0,6

Gennemsnittet var 8,51, og medianen var 8,94.



Af eleverne, der gik til eksamen på det treårige A-niveau, gik 1808 elever (59,1%) til eksamen i normalsættet, mens 1252 (40,9%) gik til eksamen i standardforsøget.





Gennemsnittet for normalsættet var 8,45 og medianen 8,90. For standardforsøget var gennemsnittet 8,59 og medianen 9,00.

Som for A1-sættenes vedkommende er der kun en lille forskel mellem normalsæt og standardforsøg. Begge fordelinger er særdeles markante med 10 som typetal. Eleverne klarer den skriftlige prøve meget fint.

Censorernes kommentarer til A3-sættene ved forcensuren

Sæt 8.4 (uden hjælpemidler)
Forskelle på opgaverne mellem normalsæt og standardforsøg:
Opgaverne 5, 6 og 7 er forskellige, resten ens.

Sæt 8.3 (med hjælpemidler)
Forskelle på opgaverne mellem normalsæt og standardforsøg:
Opgaverne 3, 4, 7a og 7b er forskellige. Opgave 5 er justeret.

Generelle kommentarer
- *Der er alt for få tegninger og skitser i besvarelserne.*
- *Eleverne klarer sig generelt bedre i geometri frem for i analyse.*

Opgave 3
- *Endelig nogle hold, der benytter regression.*

Opgave 4
- *Volder store problemer. Der nævnes ingen forudsætninger. Der bliver udregnet mange forskellige integraler i denne opgave.*

Opgave 5
- *f(x) = k: Er ikke let for de unge mennesker, og der er overraskende få, der benytter grafen til at få en god idé.*
- *Det er tilsyneladende meget svært at løse f(x) = k. En skitse ville i denne forbindelse gøre underværker.*

Opgave 6
- *En lidt svær opgave, selv om løsningen findes i formelsamlingen. Lidt anderledes formuleret end sædvanligt, hvilket har narret nogle.*
- *Tredje spørgsmål (om størst væksthastighed) er der mange der har haft svært ved at takle. Sandsynligvis forstår de ikke hvad det handler om (og det er vel egentlig også det, man vil checke?). Det er ellers et godt spørgsmål, fordi det kan besvares mere eller mindre elegant.*

Sæt 8.3 standardforsøg
Generelle kommentarer
- *Sættet er udmærket, men meget let at regne med CAS værktøjer.*
- *Eleverne tegner alt for lidt og der skal stå hvad det er for en ligning de solver og hvilken funktion de tegner.*
- *Hvis man sammenligner med elever, der bruger matematikprogrammer på en computer, så forekommer det som om matematikprogrammernes resultater flettes ind i elevernes besvarelser på computeren. Så man kan følge, hvad eleven har lavet. Det samme er ikke tilfældet med lommeregneren.*
- *Ufatteligt dårligt tekstning – de regner som engle, men tekster som en brækket arm.*

Opgave 4
- *Volder store problemer. Der nævnes ingen forudsætninger. Der bliver udregnet mange forskellige integraler i denne opgave.*

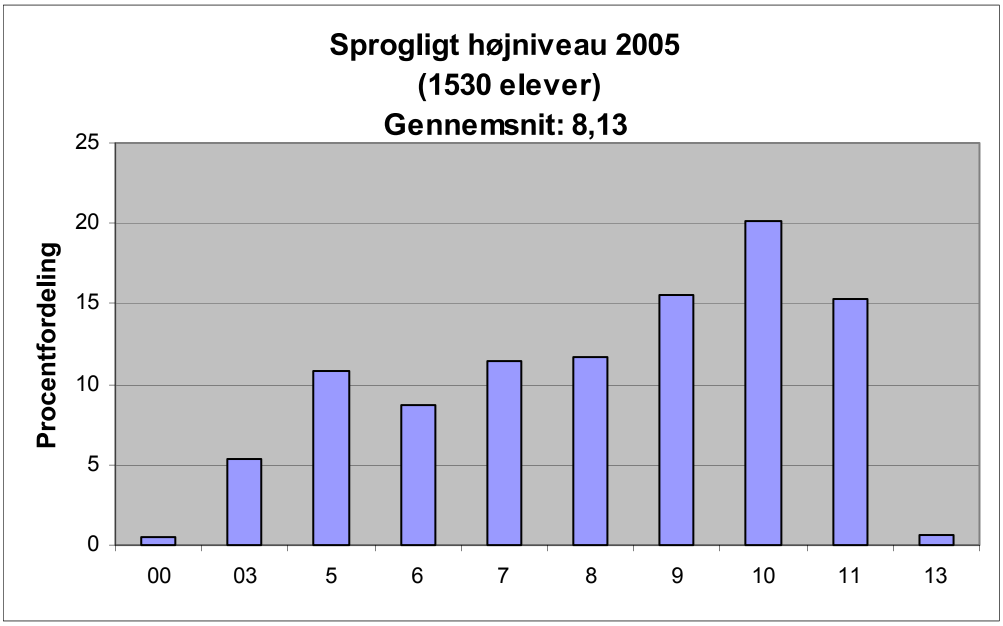
Sprogligt højniveau – matematik B

Ved den skriftlige prøve i matematik højniveau for sproglige (B-niveau) deltog 1530 elever. Karakterfordelingen for disse eksaminander er:

Alle elever

Karakter	00	03	5	6	7	8	9	10	11	13
Frekvens	0,5	5,4	10,8	8,7	11,4	11,7	15,5	20,2	15,3	0,6

Gennemsnittet er 8,13, og medianen er 8,60.



Fordelingen af karakterer ligner meget fordelingerne for de andre gymnasieniveauer. Der er en svag tendens til topuklet fordeling. Eleverne klarer sig godt til denne prøve.

For censorkommentarer se kommentarerne til hf-tilvalg.

Hf-prøverne

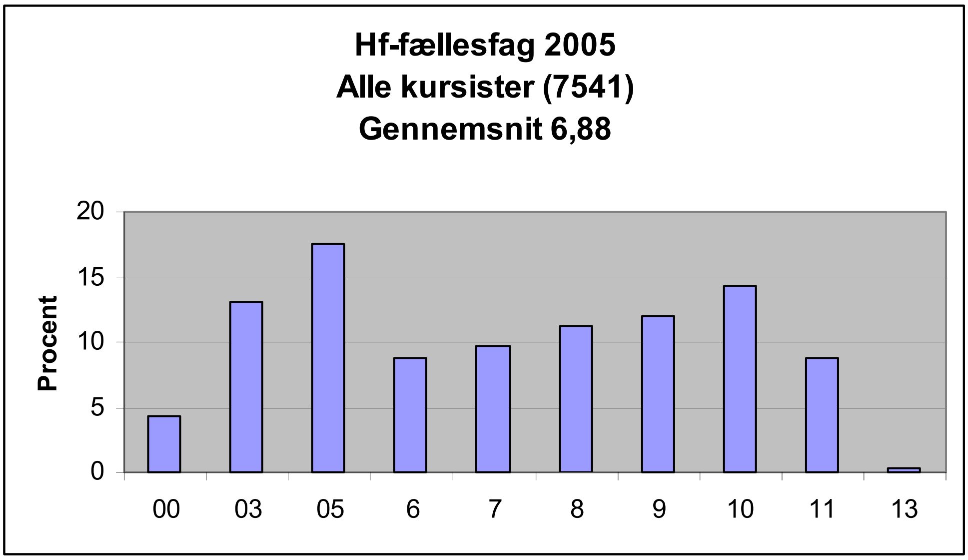
Skriftlig prøve i matematik hf-fællesfag

Ved den skriftlige prøve i matematik fællesfag deltog i alt 7541 eksaminander. Heraf var 3401 kursister fra gymnasieskolers hf-kursus, 736 fra studenterkurser, 978 fra 2-årige kurser og endelig 2426 fra VUC-kurser. Herunder ses karakterfordelingen for disse kursister:

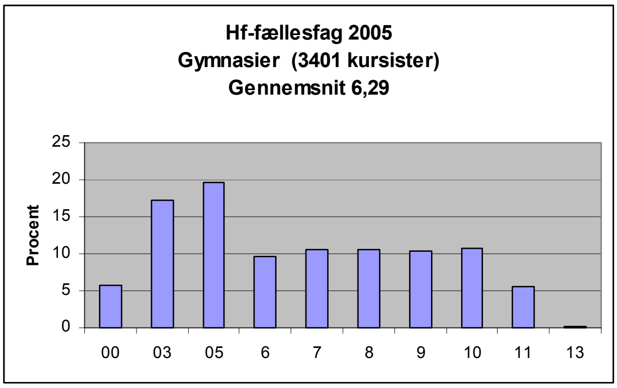
Alle kursister:

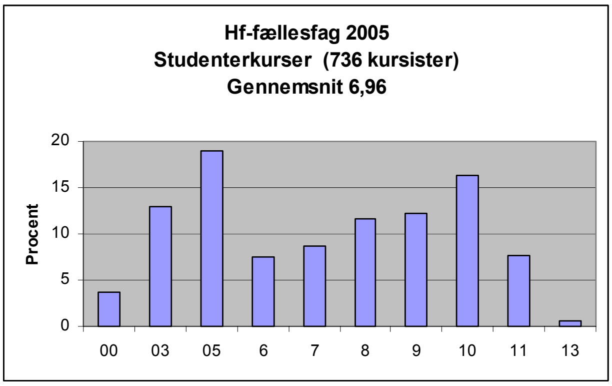
Karakter	00	03	5	6	7	8	9	10	11	13
Frekvens	4,3	13,1	17,5	8,7	9,7	11,3	12,0	14,3	8,7	0,3

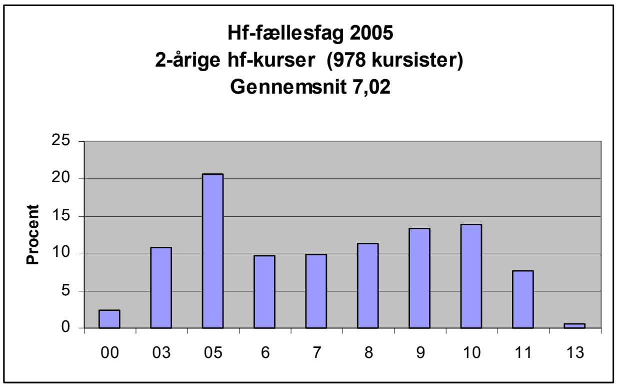
Gennemsnittet er 6,88, og medianen er 7,15.

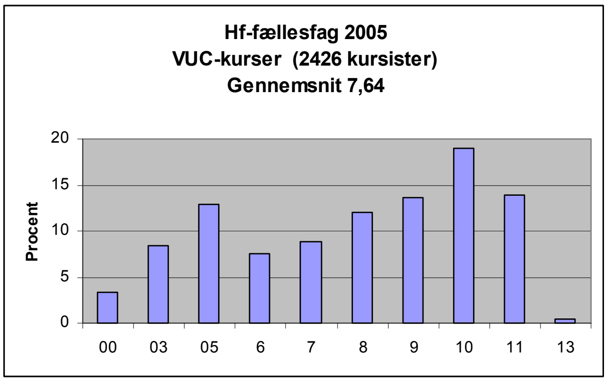


Ser man på de forskellige former for kurser, ser man en væsentlig forskel:







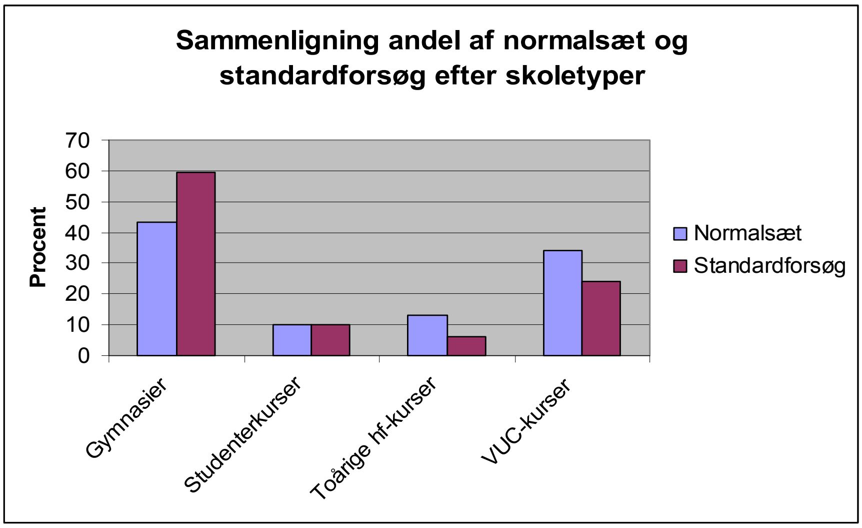


Hf-kursister fra gymnasiernes hf-kurser klarer sig dårligst. Her opnår 42,5% en karakter under dumpegrænsen, og gennemsnittet ligger meget lavt. På VUC går det noget bedre. Der er selvfølgelig mange forklaringer på disse forskelle. Fx er der meget større frafald på VUC-holdene, hvorfor man må forvente, at kun kursister med fagligt overskud forbliver på holdene. På gymnasiernes hf-hold er frafaldet mindre, hvorfor elever, der ikke tager matematik så alvorligt, fortsætter.

Men der er en tydelig tendens til, at middelkaraktererne ikke opnås så ofte som yderkaraktererne. Dette må tolkes som, at enten kan kursisterne honorere opgavernes krav, og så kan de løse størsteparten af opgaverne, eller også kan de slet ikke honorere opgavernes krav, og får slet ikke besvaret nogle af dem. Så umiddelbart er karakterfordelingerne udtryk for, at det ikke lykkes at differentiere hverken "toppen" eller "bunden". Endvidere indikerer de mange meget lave karakterer, at der er grundlæggende misforhold mellem kursisternes udbytte af hf-kursernes matematikundervisning og de krav, som kursisterne stilles til eksamen. En mulig forklaring, som også en skriftlig censor nævner, er, at opgaverne alle har relativt høj indgangstærskel, så de svagere eksaminander overhovedet ikke får hul på nogen af opgavesættets problemstillinger. Da kravene, der stilles til en skriftlig eksamen, er bestemt af det skriftlige pensum, kan det naturligvis først laves grundlæggende om ved en reform.

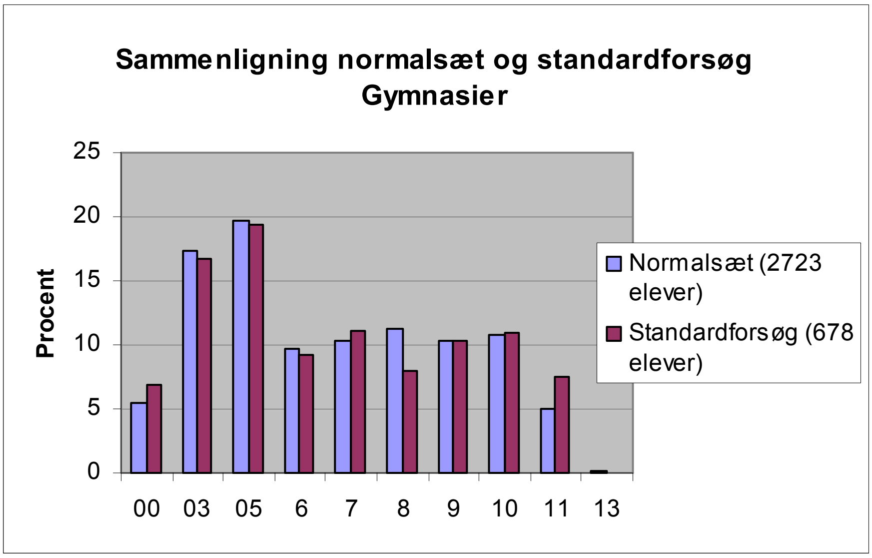
Sammenligning af resultater ved skriftlig hf-eksamen hf fællesfag normalsæt og standardforsøg

Resultaterne for den skriftlige eksamen for hf fællesfag normalsæt og standardforsøg kan ikke umiddelbart sammenlignes, fordi andelen af eksamenstyperne er vidt forskellige efter skoletyper, hvilket fremgår af følgende søjlediagram:



I sig selv giver fordelingen et lavere resultat for standardforsøget, fordi gymnasier er overrepræsenteret, mens VUC-kurserne er underrepræsenteret.

Vi man sammenligner karakterfordelingerne for normalsæt og standardforsøg for gymnasierne fås følgende:



Heraf kan bemærkes, at forskellene er bemærkelsesværdigt små.

Sammenlignes kvartilsættene ses følgende:

Gymnasier	Nedre kvartil	Median	Øvre kvartil
Normalsæt	4,17	6,29	8,63
Standardforsøg	4,11	6,26	8,86

Samme tendens findes, hvis man sammenholder de øvrige skoletyper, og det kan derfor konkluderes, at resultaterne til eksamen er stort set ens i de to prøvetyper.

Censorernes vurdering af opgavesættene hf fællesfag

Censorerne har kommenteret opgavesættene i forbindelse med indberetningen ved forcensuren. Det generelle indtryk er, at sættet er reelt, dækker pensum bredt, er fint varieret med en passende blanding af rene matematikopgaver og tekstopgaver, ligesom sværhedsgraden og omfanget er passende til niveauet. ”Omfang og sværhedsgrad er fint afbalanceret i dette sæt”, ”Sættet er relativt let og der er mange point at hente for de meget svage elever”, ”Sværhedsgraden er den helt rigtige til dette niveau”. ”Det bedste sæt, der er stillet inden for de sidste 10 år”, ”Opgavesættet havde et passende omfang og sværhedsgrad, som gav en god spredning i besvarelsernes kvalitet” er et udpluk af censorkommentarerne. Opbygningen af sættet med fire ”typeopgaver” og derefter fire opgaver fra dagligdagen er god. Enkelte mener, at sættet er nemt/nemmere end sidste år, mens andre nævner en ”lidt høj sværhedsgrad”. Nogle glæder sig over, at der er tre opgaver med grafisk fremstilling – andre synes, at det er for meget og savner lidt mere procentregning!

Der er en påfaldende uoverensstemmelse mellem censorernes vurdering af opgavesættet og kursisternes opnåede resultater. Et lignende modsætningsforhold mellem censorkommentarer og kursistpræstationer har gjort sig gældende i mange år. Der kan være en række forklaringer på dette forhold, såsom skolernes forskellige politik mht. forsømmelser; men materialet giver ikke grundlag for at drage egentlige konklusioner herom. Det må dog formodes, at når afstanden mellem censorernes forventninger til kursisternes formåen og disses faktiske præstationer er så stor, som tilfældet er, så influerer det på bedømmelsen af opgavebesvarelserne.

Sammendrag af censorernes kommentarer hf fællesfag

Opgave 1

Flere censorer nævner, at det går rigtigt godt for de fleste elever.
- *Sp. a) De fleste kan faktisk løse ligningen*
- *Sp. b) Mange kan indsætte rigtigt i formlen, men har problemer med at regne det rigtigt ud på lommeregneren. Enkelte tror, at det er en lineær funktion.*
- *Sp. c) Nogle elever bliver snydt, da der er to trekanter inden i hinanden. Enkelte bruger Pythagoras.*

Opgave 2

- *Mange bruger en masse krudt på at lave beregninger, som de ikke magter. De bør læse opgaveteksten nøje for at se, at der ønskes en graf tegnet ud fra givne pæne punkter.*
- *2 a) besvares korrekt af de fleste elever. Nogle elever bytter om på x og y. Der angives ofte ikke enheder på y-aksen.*

Opgave 3

- *De største problemer optræder omkring notationen, hvor lighedstegn, implikationer og kvadratrodstegn blandes sammen. Desuden savnes illustrerende figurer.*
- *Sp. c) Tit mangler der argumentation for resultatet.*

Opgave 4

- *Sp. b) Alt for mange afleverer facit n=12 uden argumentation.*

Opgave 5

- *Det er overraskende, at denne opgave går relativt dårligt, da det er en standardopgave.*
- *Sp. a) En del anvender ikke ækvidistant inddeling på x-aksen.*
- *Sp. b) Mange elever anvender fejlagtigt punkter fra tabellen i stedet for punkter fra grafen. Desuden er der en del elever, som ikke forstår udtrykket: "antal år efter 1970".*

Opgave 7a

- *Eleverne har svært ved at skelne mellem "den gennemsnitlige procentvise stigning" og "den samlede procentvise stigning".*

Opgave 7b

- *Denne opgave vælges af næsten alle elever, men mange klarer den ikke særligt godt. Typiske fejl:*
  39, 44, 49 54, 59 og 64 anvendes som højre endepunkter i stedet for 40, 45, 50, 55, 60 og 65.
  De kumulerede frekvenser findes ikke.
  Sumkurven tegnes på normalfordelingspapir.
  Intervallerne anbringes som punkter på x-aksen.
- *Sp. d) Intervalmidtpunktet volder problemer.*

Andre kommentarer

- *Det kniber med dokumentation af de anvendte metoder.*
- *Der er alt for mange fejl i brugen af lommeregner (grafregner). Parenteser i tæller og nævner samt om udtryk under rodtegn mangler typisk. Lommeregneren giver et svar, men der reflekteres ikke over dette svar.*
- *Betydningen af et lighedstegn er ikke klar i mange elevers bevidsthed.*
- *Betegnelserne i opgavebesvarelse er ikke i overensstemmelse med figurer*

Standardforsøget på hf-fællesfag.
Her er der tale om et udpluk af opgaver fra det normale opgavesæt med en enkelt lille ændring i opgave 7a, der her er opgave 5. Censorerne har ikke yderligere tilføjelser særligt til dette sæt. Se analyse af dette sæt sidst i rapporten.

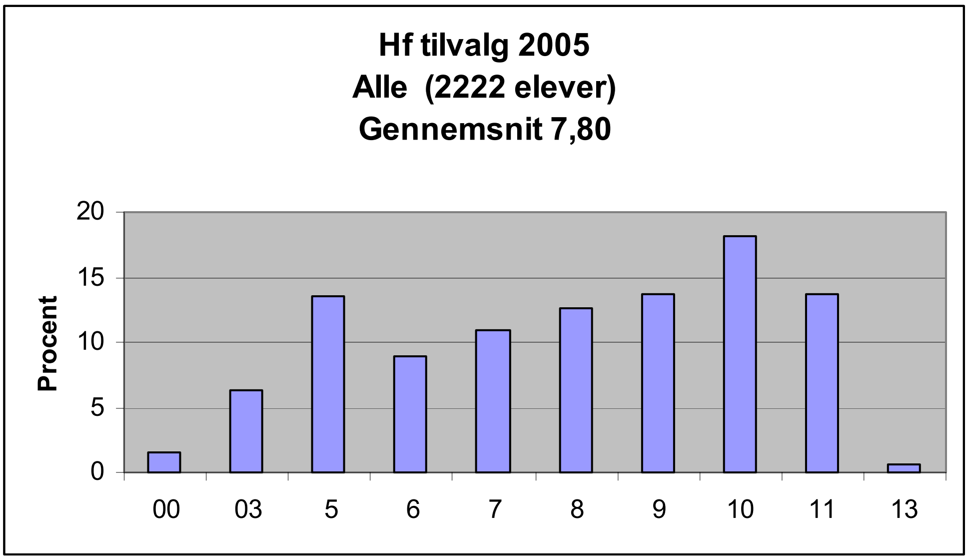
Skriftlig prøve i matematik hf-tilvalg

Ved den skriftlige prøve i hf-tilvalg deltog i alt 2222 kursister. Heraf var 769 fra gymnasiernes hf-kurser, 218 fra studenterkurser, 356 fra 2-årige hf-kurser og 879 fra VUC-kurser. Karakterfordelingen var:

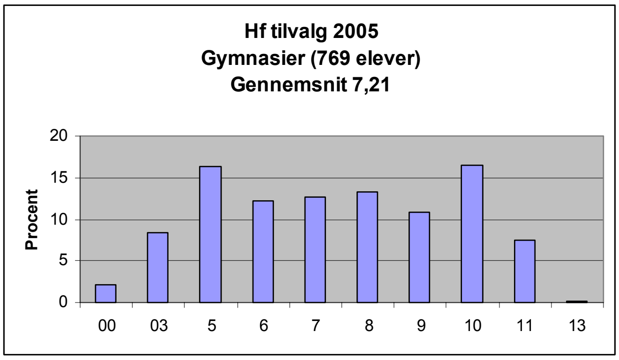
Alle kursister:

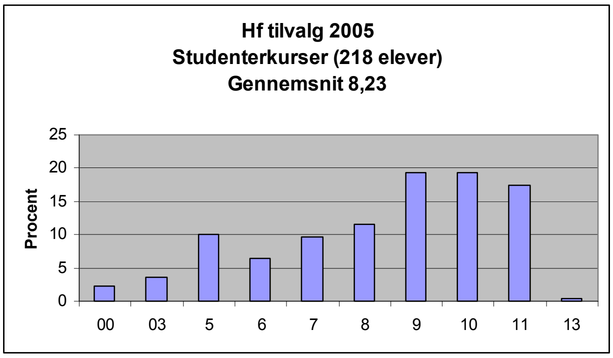
Karakter	00	03	5	6	7	8	9	10	11	13
Frekvens	1,5	6,3	13,6	9,0	10,9	12,6	13,7	18,1	13,7	0,5

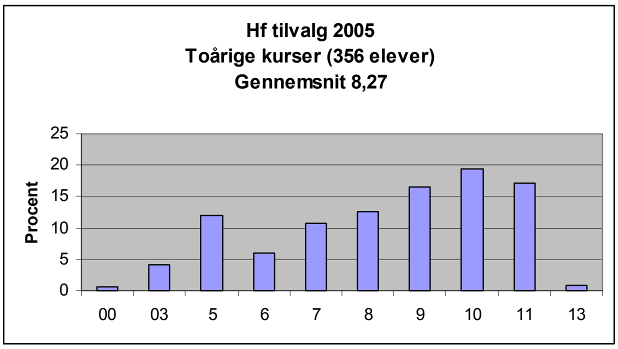
Gennemsnittet er 7,80, og medianen er 8,19

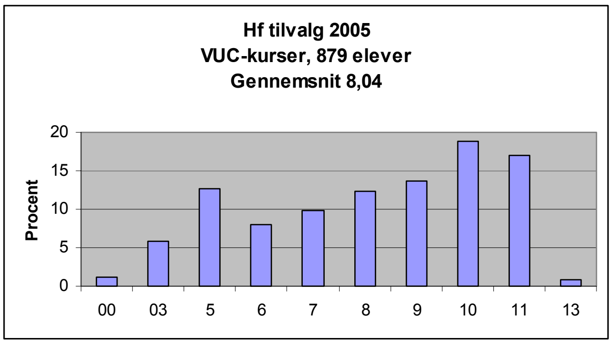


Ser man på de forskellige former for kurser, ser man følgende:









Ligesom ved hf-fællesfag er der store forskelle på karakterfordelingerne fra de enkelte hf-kursustyper. Igen klarer kursister fra gymnasiernes hf-kurser sig dårligst. I alle tilfælde er der tale om tydeligt topunklede fordelinger med relativt mange kursister, der får høje karakterer, idet typetallet er 10.

Sammendrag af censorernes kommentarer hf tilvalg

Opgave 3

- *Sp. a) MANGE elever tror, at $\angle ABD$ betyder, at de skal finde alle vinkler i trekant ABD.*

Opgave 4

- *Let og traditionel opgave, som de fleste kommer pænt igennem.*
- *Sp. b) Meget få bruger to punkter fra grafen, og endnu færre bruger pwrreg til bestemmelse eller bare til kontrol af de fundne værdier for a og b.*
- *Sp. d) En del elever har problemer med at tage den n'te rod med det resultat, at svaret bliver negativt!*

Opgave 5

- *Sp. c) Monotoniforholdene aflæses fra grafregneren af mange elever. Ved de lokale ekstrema angives kun x-værdien – eller punktets koordinater.*
- *Sp. d) Ingen (næsten) argumenterer for, at der kun er én løsning til ligningen f(x) = 0.*

Brug af grafregner på tilvalg

- *Det falder fortsat ikke helt naturligt for kursisterne/eleverne at forklare fremgangsmåden ved brug af grafregneren.*
- *Mange besvarer ikke grafregnerspørgsmålene eller forsøger at løse dem uden grafregner. Brugen af grafregner er nok ikke så indarbejdet hos tilvalgselever som hos gymnasieelever.*

Resultater af spørgeskemaundersøgelse

Skriftlige censorers evaluering af eksamenssættene stx

For at belyse særlige aspekter af opgavesættet blev censorerne bedt om at udfylde et spørgeskema ved censormødet. I dette adspørges opgavesættenes egnethed til at vurdere eksaminandernes matematiske kompetencer set i et bredere perspektiv.

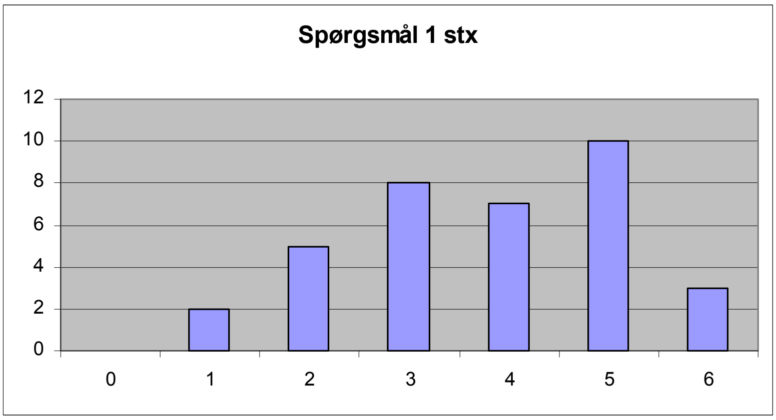
På en skala fra 0 til 6, hvor 0 betyder 'i ringe grad' og 6 betyder 'i høj grad', vurderes opgavesættets egenskaber i forhold til at teste eksaminandernes evne til:

1. matematisk ræsonnement,
2. at veksle mellem sproglige og matematiske beskrivelser,
3. at se matematik som modelbeskrivelse,
4. give konklusioner/vurderinger af matematiske modeller,
5. anvende standardmetoder fra undervisningen,
6. anvende regnetekniske hjælpemidler,
7. vise skriftlig udtryksfærdighed om matematiske emner,
8. giver de dygtigste eksaminander mulighed for at vise deres fulde formåen.

Materialet, der ligger til grund for følgende, består af 35 besvarede spørgeskemaer, som er besvaret af skriftlige censorer. Det er vanskeligt at vurdere, hvor repræsentativt dette udvalg er.

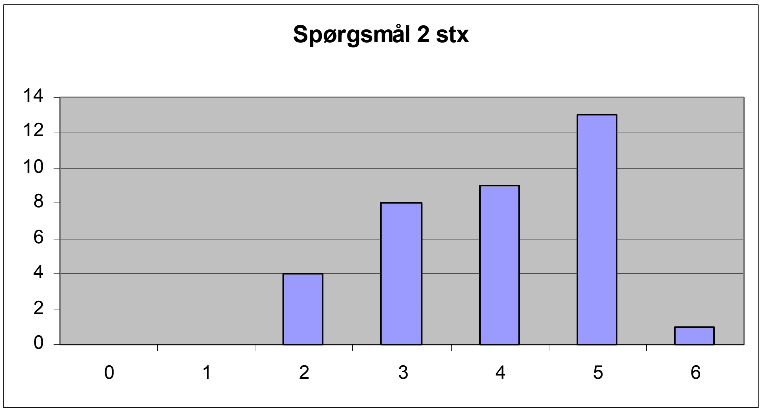
Resultater af materialet er:

<u>*Spørgsmål 1:*</u>
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til matematisk ræsonnement:



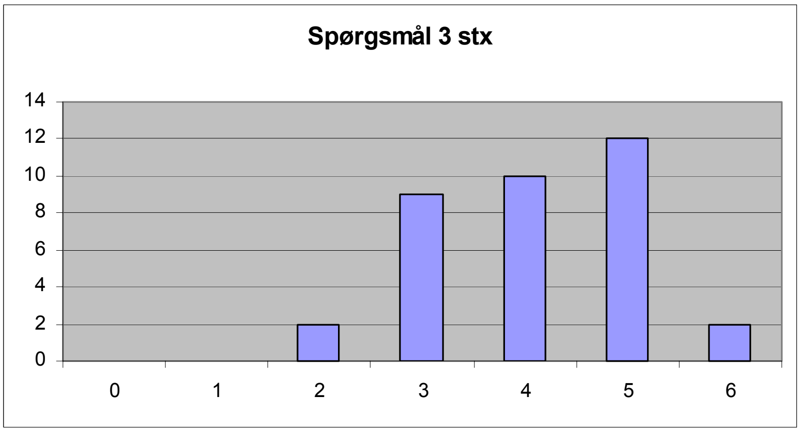
Middelværdien er 3,5, og spredningen er 1,3.
De censorer, der har besvaret spørgeskemaet, mener således, at opgavesættet kun i nogen grad efterprøve i matematisk ræsonnement, men spredningen fortæller, at der er en vis uenighed blandt svarerne.

<u>*Spørgsmål 2:*</u>
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til at veksle mellem sproglige og matematiske beskrivelser af fænomener og størrelser:



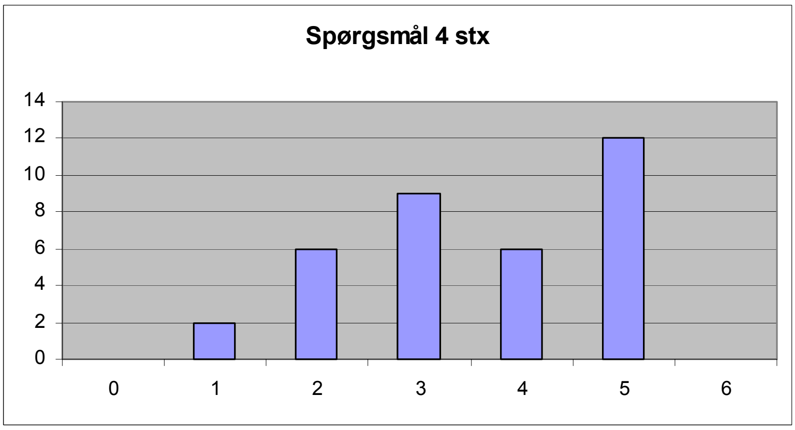
Middelværdien er 3,7, og spredningen er 1,1.
Svarene er her udtryk for, at de svarende censorer mener, at opgavesættet kun i nogen grad efterprøver i evnen til at veksle mellem sproglige og matematiske beskrivelser af fænomener og størrelser.

Spørgsmål 3:
Angiv i hvilken grad opgavesættet afdækker eksaminandernes evne til at se matematik som model:



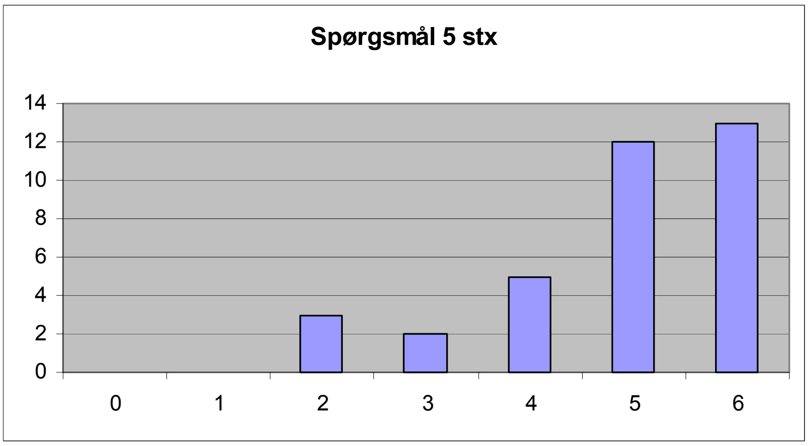
Middelværdien er 3,9, og spredningen er 1,0.
Også her må svarene tolkes som "i nogen grad".

Spørgsmål 4:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til at give konklusioner/vurderinger på baggrund af matematiske modeller præsenteret i opgavesættet:



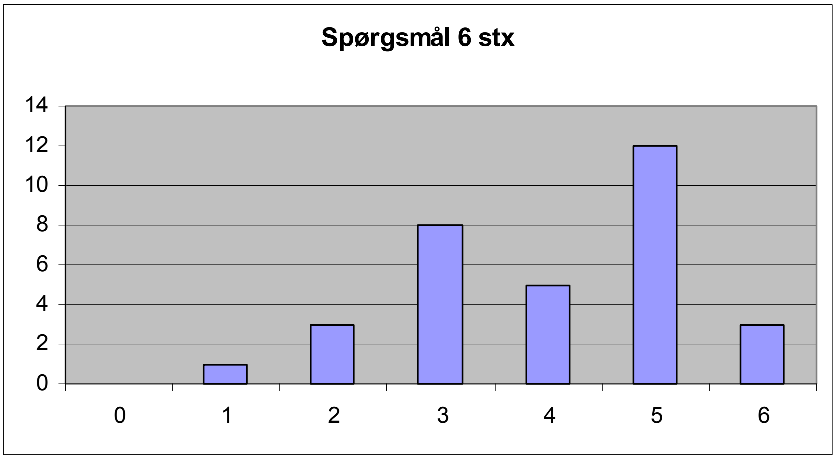
Middelværdien er 3,4, og spredningen er 1,2.
Igen må svarene tolkes som "i nogen grad", men at de svarende censorer er temmelig uenige.

Spørgsmål 5:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til at anvende standardmetoder fra undervisningen og formler fra formelsamling/lærebøger:



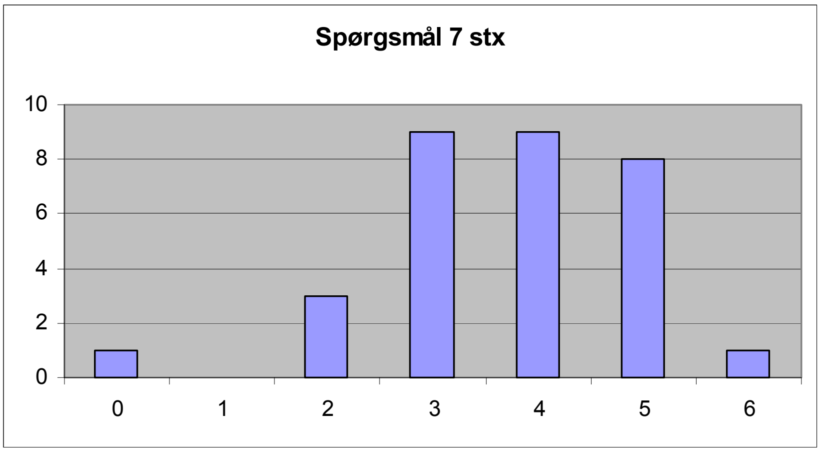
Middelværdien er 4,6, og spredningen er 1,2.
I dette tilfælde er tendensen, at de svarende censorer mener, at eksamensopgaverne i forholdsvis høj grad efterprøver eksaminandernes evne til at anvende standardmetoder fra undervisningen og formler fra formelsamling/lærebøger.

Spørgsmål 6:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til anvendelse af regnetekniske hjælpemidler (grafregner, CAS-værktøjer):



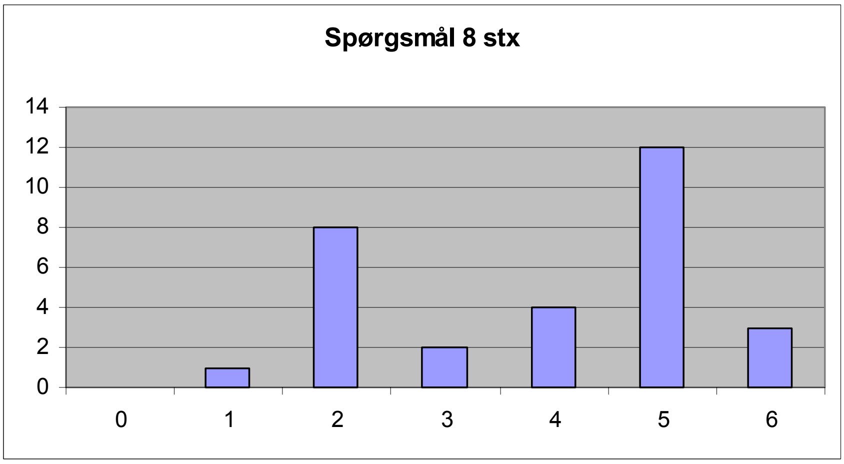
Middelværdien er 3,8, og spredningen er 1,3.
Den ret store spredning tolkes som udtryk for at der i materialet både indgår normale eksamensopgaver og standardforsøgsopgaver.

Spørgsmål 7:
Angiv i hvilken grad opgavesættet giver eksaminandernes mulighed for vise skriftligt udtryksfærdighed om matematiske emner:



Middelværdien er 3,4, og spredningen er 1,2.
Også her er spredningen meget stor. De svarende censorer er noget uenige om, hvorvidt opgavesættene giver eksaminanderne mulighed for at vise skriftlig udtryksfærdighed om matematiske emner.

Spørgsmål 8:
Angiv i hvilken grad opgavesættet giver de dygtigste eksaminander mulighed for at vise deres fulde formåen:



Middelværdien er 3,6, og spredningen er 1,5.
Her er spredningen så markant, at det må konkluderes at uenigheden er markant blandt de svarende censorer.

Konklusion på svarene
Konklusionen på disse svar er, at der gælder følgende:

- De svarende censorer er ret uenige om de forhold, der spørges til. Dette kan i nogen grad forklares med, at hele otte forskellige opgavesæt indgår i materialet.
- En konklusion kan være, at svarene illustrerer, at censorerne ikke finder de spurgte ting væsentlige.
- Svarene på ét spørgsmål skiller sig markant ud fra svarene på de øvrige spørgsmål, nemlig svarene på spørgsmål 5: Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til at anvende standardmetoder fra undervisningen og formler fra formelsamling/lærebøger. Her vurderer censorerne ret entydigt, at eksamenssættene i ret høj grad efterprøver eksaminandernes evne til at anvende standardmetoder.

Skriftlige censorers evaluering af eksamenssættene hf

Censorerne på hf bedt ligeledes ved censormødet bedt om at udfylde et spørgeskema, som skulle belyse hf-sættenes egnethed til at vurdere eksaminandernes matematiske kompetencer set i et bredere perspektiv.

Igen benyttedes en skala fra 0 til 6, hvor 0 betyder 'i ringe grad' og 6 betyder 'i høj grad'. Følgende indgik i hf-spørgeskemaet:

1. matematisk ræsonnement,
2. at veksle mellem sproglige og matematiske beskrivelser,
3. at se matematik som modelbeskrivelse,
4. give konklusioner/vurderinger af matematiske modeller,
5. anvende standardmetoder fra undervisningen,
6. anvende regnetekniske hjælpemidler,
7. vise skriftlig udtryksfærdighed om matematiske emner,
8. opnå øget forståelse af problemstillinger ved hjælp af tekstopgaver.

Materialet, der ligger til grund for følgende, består af i alt 45 besvarede spørgeskemaer, som er besvaret af skriftlige censorer. Det er vanskeligt at vurdere, hvor repræsentativt dette udvalg er.

Det samlede indtryk er, at censorerne bedømmer opgavesættene til at være lidt over neutralt / henh. nogenlunde i forhold til at vurdere eksaminanderne i de anførte 8 områder:

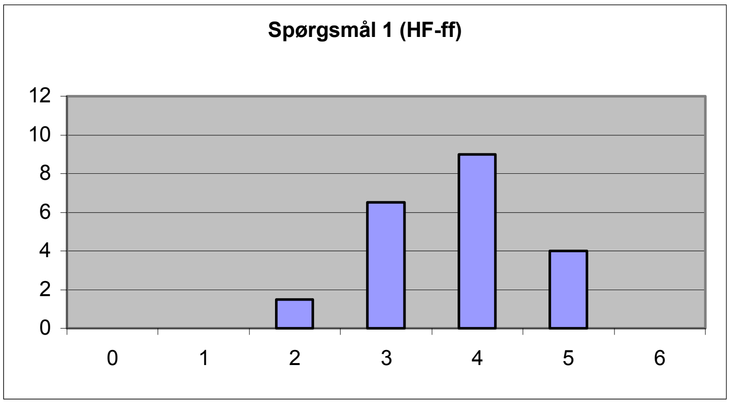
- Kun spørgsmål 5 om anvendelse af standardmetoder fra undervisningen får en meget høj score (både for fællesfag og tilvalg: gennemsnit 4,9 med en spredning på 0,7).
- Der er ikke særlig høj grad af konsensus mellem censorerne i vurderingen af spørgsmål 7 og 8 og heller ikke i spørgsmål 6. På fællesfag kan dette ikke undre, da kun almindelig lommeregner anvendes opnå dette niveau, men at dette også vurderes forholdsvis lavt på hf-tilvalg, hvor eksaminanderne forventes at anvende en grafregner, kan undre mere.
- Der er en højere grad af konsensus på fællesfag end på tilvalgsfag i vurderingen af om sættene evaluerer modelleringskompetencer.
- For spørgsmål 1 vurderer censorerne omvendt at tilvalgssættet i højere grad end fællesfagssættet evaluerer kursisternes evne til matematisk ræsonnement.
- Endelig lægger prøvesættene ifølge censorerne kun i beskeden grad op til, at kursisterne viser skriftlig udtryksfærdighed om matematiske emner.

Sammenfattende kan man konkludere, at opgavesættet vurderes som bedst egnet til at vise, om kursisterne har lært nogle standardmetoder fra undervisningen, som de kan anvende, men er ringere egnet til at afdække kursisternes forståelse af faget og arbejdet med skriftlighed i faget ud over at løse standardopgaver.

Fællesfag (C-niveau)   *HF 2005-8-2*

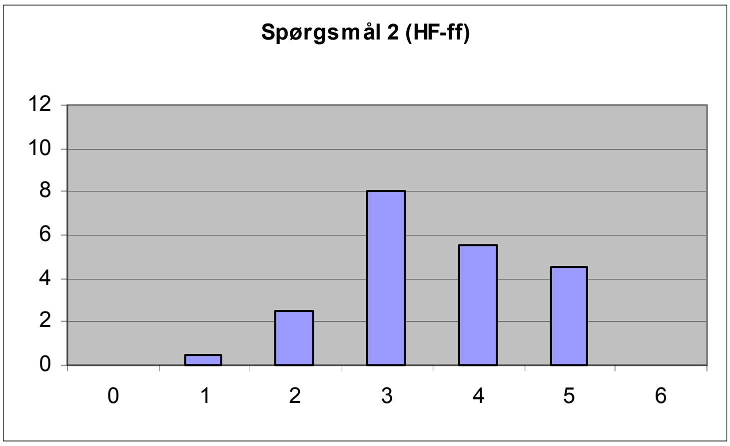
Der er indkommet 21 udfyldte spørgeskemaer for hf-fællesfag.

Spørgsmål 1:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til matematisk ræsonnement (sæt kryds et sted på linjen):



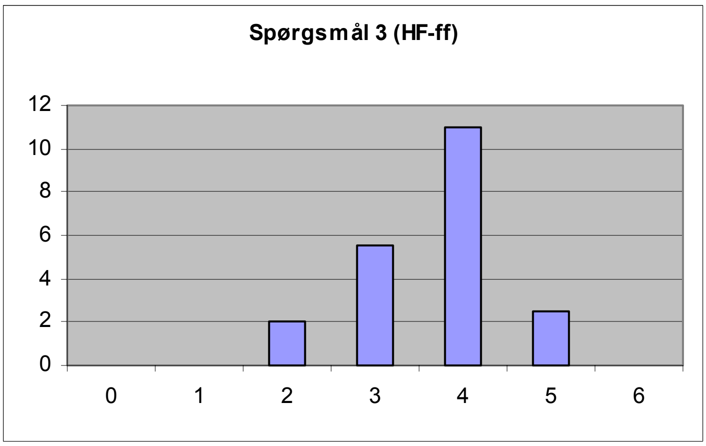
Gennemsnit: 3,7
Spredning: 0,8

Spørgsmål 2:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til at veksle mellem sproglige og matematiske beskrivelser af fænomener og størrelser:



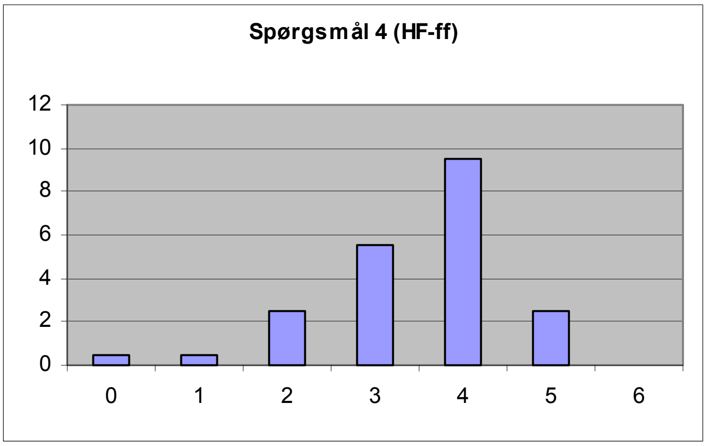
Gennemsnit: 3,5
Spredning: 1,0

Spørgsmål 3:
Angiv i hvilken grad opgavesættet afdækker eksaminandernes evne til at se matematik som model-beskrivelse:



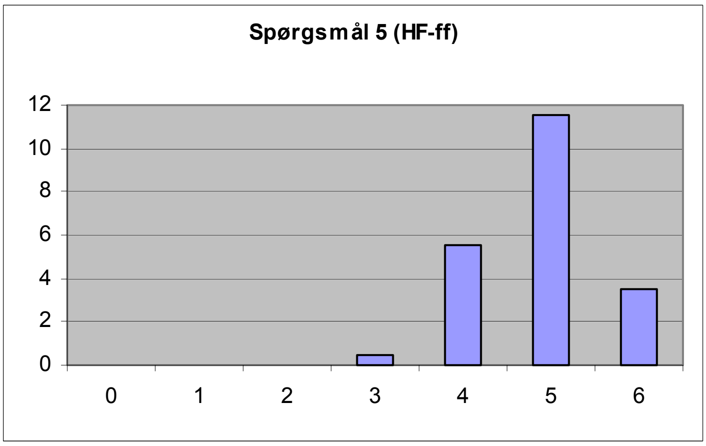
Gennemsnit: 3,7
Spredning: 0,8

Spørgsmål 4:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til at give konklusioner/vurderinger på baggrund af matematiske modeller præsenteret i opgavesættet:



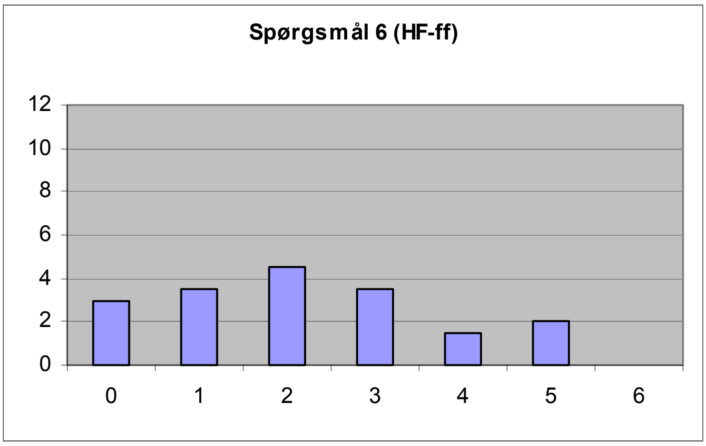
Gennemsnit: 3,5
Spredning: 1,1

Spørgsmål 5:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til at anvende standardmetoder fra undervisningen og formler fra formelsamling/lærebøger:



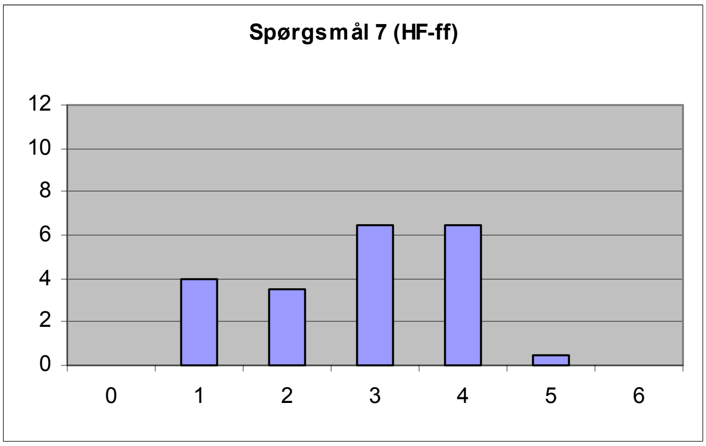
Gennemsnit: 4,9
Spredning: 0,7

Spørgsmål 6:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til anvendelse af regnetekniske hjælpemidler (grafregner, CAS-værktøjer):



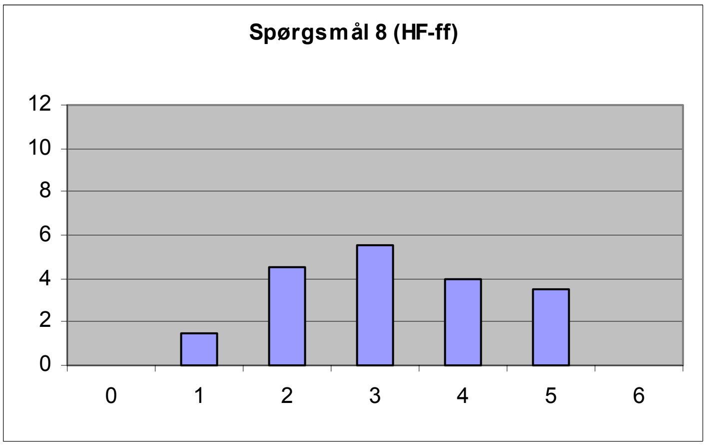
Gennemsnit: 2,2
Spredning: 1,5

Spørgsmål 7:
Angiv i hvilken grad opgavesættet giver eksaminanderne mulighed for vise skriftlig udtryksfærdighed om matematiske emner:



Gennemsnit: 2,8
Spredning: 1,1

Spørgsmål 8:
Angiv i hvilken grad opgavesættets anvendelse af tekstopgaver hjælper eleverne i deres forståelse af problemstillingen i og løsning af opgaverne:

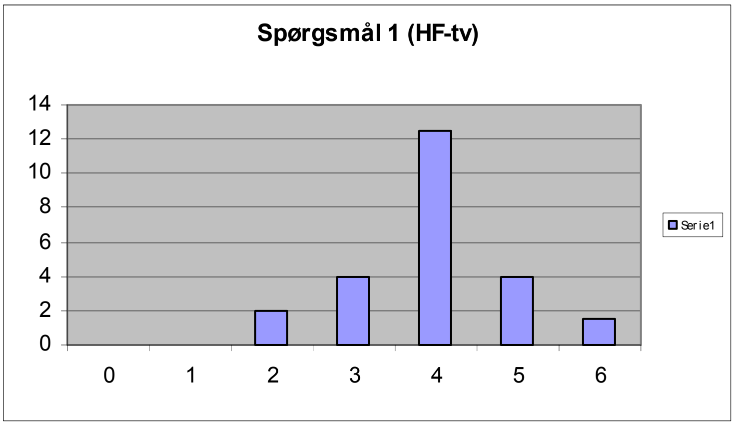


Gennemsnit: 3,2
Spredning: 1,2

Tilvalgsfag (B-niveau) HF 2005-8-1

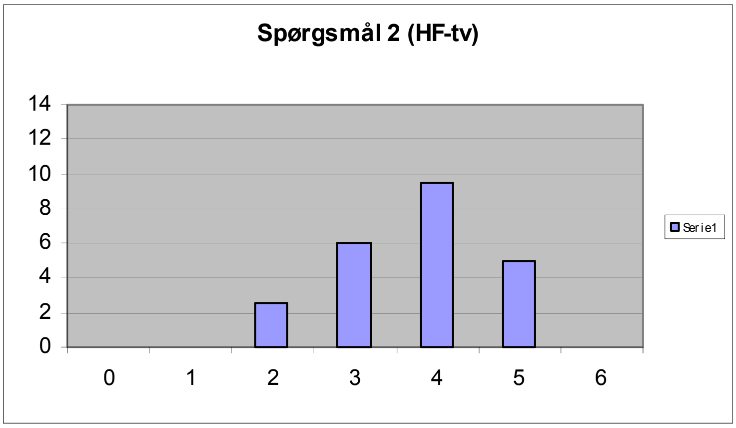
Spørgeskemaet for hf-tilvalgsfag er besvaret af 24 censorer.

Spørgsmål 1:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til matematisk ræsonnement (sæt kryds et sted på linjen):



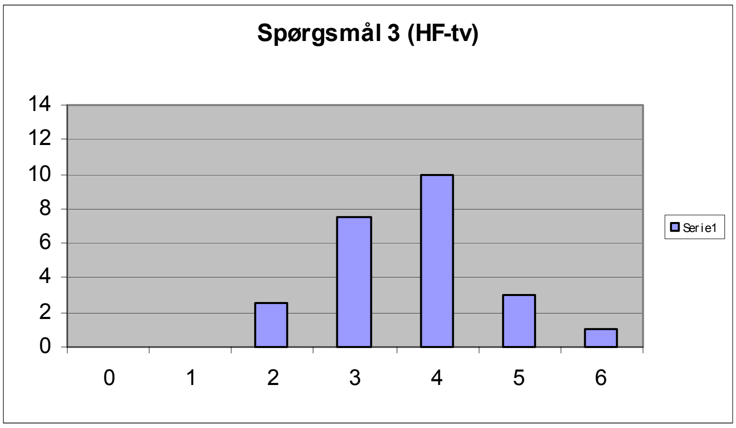
Gennemsnit: 4,0
Spredning: 1,0

Spørgsmål 2:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til at veksle mellem sproglige og matematiske beskrivelser af fænomener og størrelser:



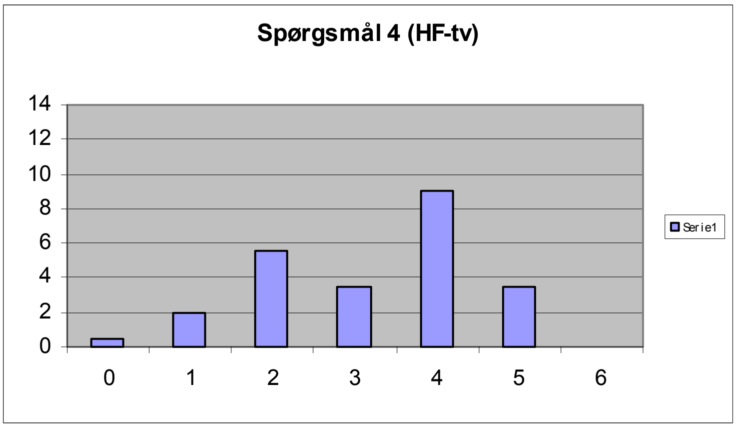
Gennemsnit: 3,7
Spredning: 0,9

Spørgsmål 3:
Angiv i hvilken grad opgavesættet afdækker eksaminandernes evne til at se matematik som model-beskrivelse:



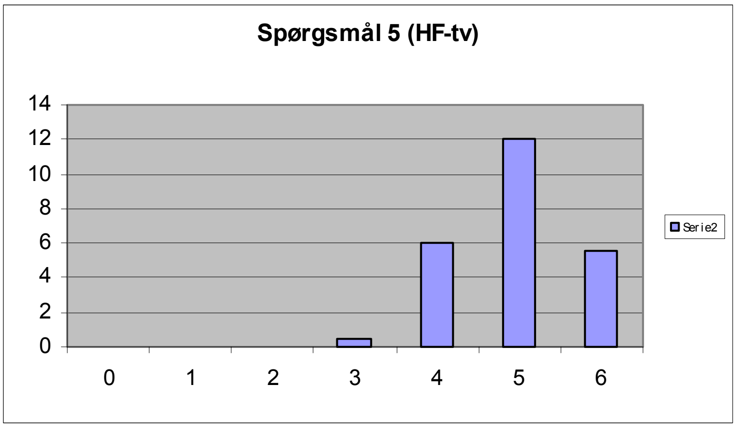
Gennemsnit: 3,7
Spredning: 1,0

Spørgsmål 4:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til at give konklusioner/vurderinger på baggrund af matematiske modeller præsenteret i opgavesættet:



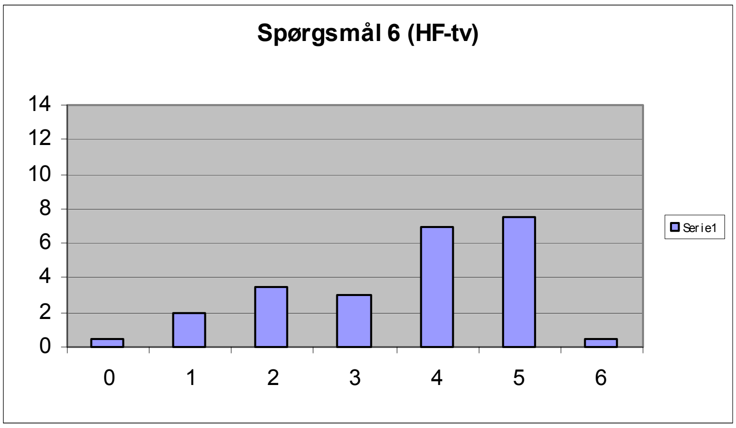
Gennemsnit: 3,2
Spredning: 1,3

Spørgsmål 5:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til at anvende standardmetoder fra undervisningen og formler fra formelsamling/lærebøger:



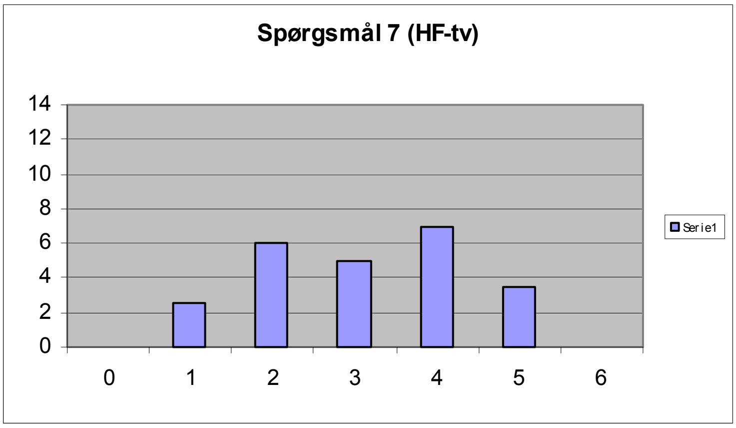
Gennemsnit: 4,9
Spredning: 0,7

Spørgsmål 6:
Angiv i hvilken grad opgavesættet efterprøver eksaminandernes evne til anvendelse af regnetekniske hjælpemidler (grafregner, CAS-værktøjer):



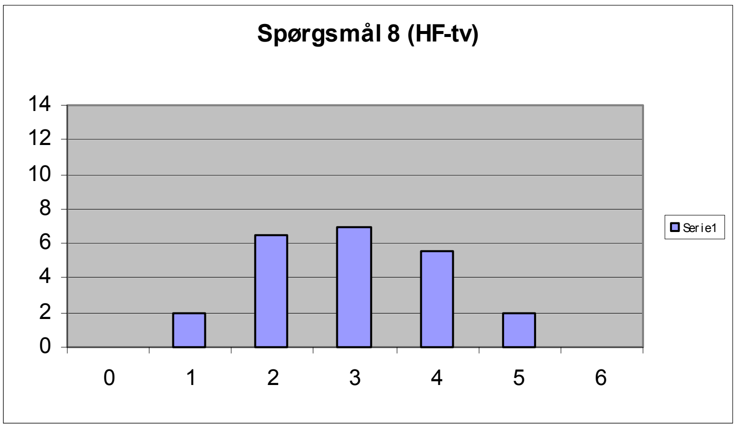
Gennemsnit: 3,6
Spredning: 1,4

Spørgsmål 7:
Angiv i hvilken grad opgavesættet giver eksaminanderne mulighed for vise skriftlig udtryksfærdighed om matematiske emner:



Gennemsnit: 3,1
Spredning: 1,2

Spørgsmål 8:
Angiv i hvilken grad opgavesættets anvendelse af tekstopgaver hjælper eleverne i deres forståelse af problemstillingen i og løsning af opgaverne:



Gennemsnit: 3,0
Spredning: 1,1

Analyser af opgavesættene

Analyse af sættet hf standardforsøg (2005-8-5)

Det er et tilbagevendende fænomen, at hf fællesfagskursister klarer sig signifikant dårligere end eksaminanderne ved de andre gymnasiale prøver. Dette er også tilfældet i år. En mulig delvis forklaring på dette kunne være, at opgaverne har ret høje indgangstærskler, således at svage kursister får ringe mulighed for at vise, hvad de faktisk kan. Nedenstående analyse af udvalgte opgaver har dette fokus. Bl.a. sammenlignes der med opgavesættet for naturfag, som henvender sig til eksaminander med en lignende matematikfaglig baggrund.

Opgave 1 a
Ligningen 3(x-5)+8x=9x+2 fremhæves af flere censorer som et godt (dvs. nemt) startspørgsmål. Ligningen kræver for sin løsning tre basale operationer. En svag kursist kan måske disse hver for sig, men kan ikke kombinere uden fejl. Hvis en svag kursist skal opnå points, skal der enten gives delpoint for hver regel eller stilles opgaver, som tester de forskellige regler enkeltvis.

Opgave 1c
Den naturfaglige trekantsopgave (2005-15-1, Opgave 1c) er formelt den samme, nemlig at beregne sidelængder i ensvinklede trekanter vha. proportionalitet. Men naturfagsopgaven er klart mere overskuelig. Trekanterne er adskilte, og relevante størrelser er angivet på figuren.

Opgave 3
I denne opgave skal man blandt andet beregne en hypotenuse ud fra de to kateder i en retvinklet trekant. I naturfagssættet findes en tilsvarende opgave (2005-17-1, Opgave 4a). Imidlertid vægtes de forskelligt i de to sæt. Regnes alle spørgsmål lige (i naturfagssættet vægtes alle spørgsmål lige), har Pythagoras' sætning som halvdelen af et dobbeltspørgsmål 1/36 vægt på hf, mens den er 1/20 på naturfag. Hertil kommer, at naturfag har 1 time mere til det samlede sæt. Pythagorasspørgsmålet er i de to sæt af samme sværhedsgrad.

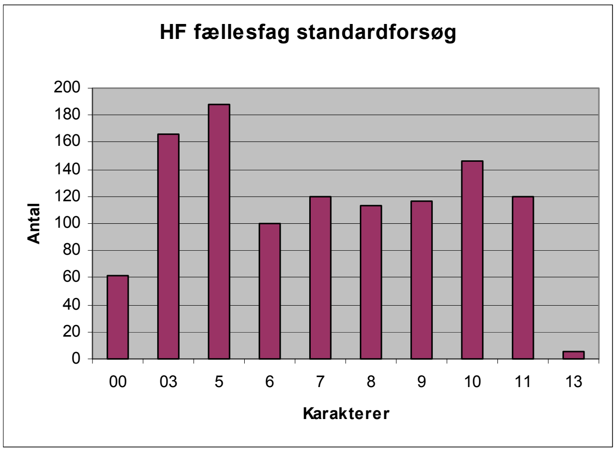
Opgave 4
Denne opgave handler dels om lineær modellering, dels om kendskab til den rette linje som graf for en lineær funktion. Indgangsniveauet er lavt, så en svag kursist må kunne hente points i første spørgsmål. Imidlertid har det efterfølgende spørgsmål høj tærskelværdi. Dersom kursisten ikke mestrer variabelskiftet i forhold til første spørgsmål (erstat $1970+x$ med x), er regneforskriften utilgængelig, selv om kursisten evt. i princippet godt ved, hvordan man kommer fra graf til forskrift ved aflæsning af hældning og skæring med ordinatakse. I opgavens to sidste spørgsmål lægges der op til, at man benytter forskriften til besvarelsen, selv om man naturligvis godt kan svare på baggrund af grafen fra første spørgsmål. Naturfagssættets tilsvarende opgave (2005-17-1, Opgave 5) er enklere, idet der intet variabelskift fordres, og der er 1 spørgsmål mindre.

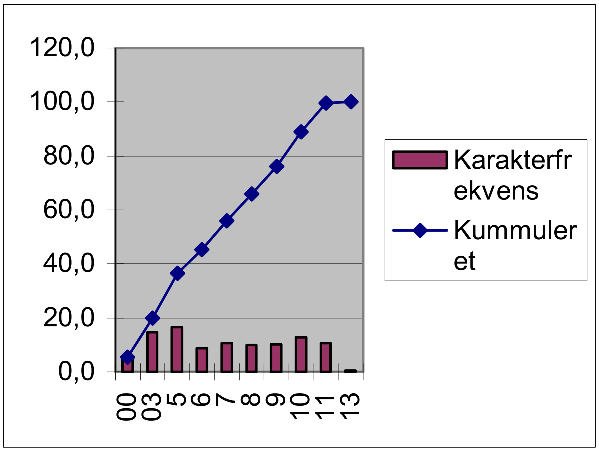
Opgave 5
Begrebet 'gennemsnitlig årlig procentvis stigning' indikerer, at der skal benyttes en diskret eksponentiel vækstmodel. Imidlertid antyder graferne en lineær model, hvor de årlige procentvise stigninger med tilnærmelse ligger på en ret linje, så $((p(n+1)-p(n))/p(n)+\ldots+(p(n+m))-p(n+m-1))/p(m+n-1))/(m+1)$, hvor $p(n)$ er prisen år n, har grænseværdi 0 for m gående mod uendelig. Det er næppe dette forhold, der tænkes på. Såvel den svage som den eftertænksomme kursist må formo-

des at blive forvirrede. Opgaven har således mere karakter af et oplæg til undervisning end af bedømmelsesgrundlag for en summativ evaluering af hf-forløbet.

Generel konklusion
Evalueringsgruppen finder, at sættet kommer fint omkring i de stofområder, som hører ind under hf-fællesfag, og at sættet (på nær opgave 5, som er problematisk bl.a. ved at være vildledende illustreret) har en passende sværhedsgrad til at afspejle middelgode til dygtige kursisters formåen. Imidlertid giver sættet ringe mulighed, i hvert fald sammenlignet med det tilsvarende naturfagssæt (2005-17-1), for at den svage, men ikke uduelige, kursist kan honoreres for, hvad vedkommende faktisk kan.

Disse forhold understøttes af histogrammet over karakterfordelingen. Det mest markante er nok, at typetallet er 5, endda med en frekvens, der ligger klart over de efterfølgende karakterer i en frekvensrangordning (03, 10, 11/7). Der er helt åbenbart tale om en to-puklet population, hvor den ene population, bestående af omtrent halvdelen af kursisterne, slet ikke eller dårligt kan honorere eksamenskravene (gennemsnit: 6,76, median: 6,4, kumuleret frekvens af karakteren 5: 36,5). I toppen er fordelingen næsten uniform, således at der er tale om en jævn progression i pointtildeling. En sådan fordeling er usædvanlig og stiller spørgsmål om, hvad der egentlig testes i sættet. En afklaring af dette kræver en nærmere analyse af, hvorledes individuelle kursister har opnået deres points.





Karakter	**00**	**03**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**13**
Antal	61	166	188	100	120	113	117	146	120	5
Frekvens	5,4	14,6	16,5	8,8	10,6	9,9	10,3	12,9	10,6	0,4
Kumuleret frekvens	5,4	20,0	36,5	45,3	55,9	65,8	76,1	89,0	99,6	100,0
Percentil	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**	**90**	**100**
Percentilkarakter	0,3	3,0	3,6	5,4	6,4	7,4	8,4	9,3	10,1	13,0

Analyse af sættet 2005-8-4 (3-årigt A-niveau, uden hjælpemidler)

Analysen beror på en gennemgang af, hvilke færdigheder og specifikke kompetencer der fordres i de enkelte opgaver. Disse er opregnet nedenfor. Listen er antageligt ikke udtømmende, men giver et godt billede af det samlede kompetencespektrum

Opgave 1

- at anvende parentesreglerne kvadrat på 2-leddet størrelse, distributive lov og to tals sum gange samme to tals differens én ad gangen.
- efterfølgende at optælle (med fortegn) led af samme form.

Opgave 2
- komplettering af kvadrat og identificering af toppunktskoordinater ud fra $y=(x-a)^2+b$;
- alternativt at huske og at indsætte i formel for toppunktskoordinater;
- alternativt at differentiere og finde 0-punkt for differentialkvotient.

Opgave 3
- at kende simple stamfunktioner;
- at benytte stamfunktioner til udregning af bestemte integraler.

Opgave 4
- at kende sammenhæng mellem ortogonalitet og skalarprodukt;
- at benytte dette i konkret udregning;
- at løse en 1. grads ligning med 1 ubekendt.

Opgave 5
- at kende det generelle udtryk for eksponentiel vækst;
- at indsætte værdisæt af variable heri;
- ud fra indsættelse af 2 værdisæt at fastlægge parametre ved at løse de to herved fremkomne ikke-lineære ligninger.

Opgave 6
- at indsætte sandsynligheder og spredning for stokastisk variabel i sandsynlighedspapir;
- at tegne grafen for fordelingen herudfra;
- at aflæse i sandsynlighedspapir.

Opgave 7
- at differentiere et tredjegradspolynomium;
- at finde fortegnsintervaller for et andengradspolynomium;
- at redegøre for sammenhæng mellem fortegn for *f'* og monotoniforhold for *f* i konkret tilfælde.

Opgave 8
- at anvende en differentialligning som metode til beregning af værdier af differentialkvotient;
- at anvende sammenhæng mellem differentialkvotient i et givet punkt og graftangent i konkret tilfælde;
- at verificere "g er løsning" i konkret tilfælde.

Opgave 9
- at anvende simple regler for logaritme og eksponentialfunktion, herunder at disse er indbyrdes inverse;
- at isolere en ubekendt størrelse i en ligning ved hjælp af disse regler;
- at afgøre om denne isolering fører til løsning af ligning, herunder at vide og benytte at $\mathbf{e}-2>0$.

Opgave 10
- at sammenholde skitser af punktmængder i koordinatplanen med tekstlige beskrivelser;
- at beregne bestemte integraler ved hjælp af arealbetragtninger;
- at beregne bestemte integraler ud fra stamfunktioner;
- at beregne integral af sum som sum af integraler.

Opgave 11
- at komplettere kvadrater i ligning for kugleflade;
- ud fra en ligning $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$ at aflæse koordinater for centrum;
- at beregne afstand fra givet punkt til given plan ud fra planens ligning på formen $ax+by+cz+d=0$.
- eksplicit at ræsonnere på konkrete geometriske fortolkninger af analytiske udtryk;
- at foretage relevante beregninger ud fra en sådan fortolkning.

Generelle betragtninger
På nær opgave 6 om normalfordeling og opgave 11 sidste spørgsmål er de regnetekniske krav på hovedregningsniveau (hos en der har dyrket denne disciplin på et antageligt mere intensivt niveau end nutidens). Der er altså ingen regnemæssige komplikationer, når blyant og papir inddrages. Dette finder evalueringsgruppen, er i overensstemmelse med prøvens formål.

På nær sidste spørgsmål i opgave 11 stilles der kun krav til operationel forståelse. Eksempelvis kan man indsætte og aflæse korrekt i sandsynlighedspapir uden selv rudimentær forståelse af begrebet stokastisk variabel. Eller man kan finde forskriften for en konkret eksponentiel vækst blot ved at udelukke to andre vækstmodeller og indsætte korrekt i den tredje. Uden at have statistisk belæg er evalueringsgruppens fornemmelse, at ovenstående liste stort set vil være dækkende for de sidste mange års sæt. Da sættet er ment som test af ”værktøjskassen”, er dette ikke i modstrid med testens formål.

Man kunne imidlertid overveje, om ikke også andre færdigheder kunne indgå. Fx kunne man spørge til nogle af de ”omvendte repræsentationer”: Skitsér en punktmængde ud fra en beskrivelse, fx ved brug af fælles-/ foreningsmængdedannelse, i stedet for at genkende en given punktmængde ud fra dens (analytiske) beskrivelse. (Sammenhold dette med måske det mest gennemgående ”klagepunkt” i censorernes indberetninger: Hvorfor laver eleverne dog ikke en skitse?). Eller: Tegn en graf for en funktion med opgivne differentialkvotienter i nogle punkter.

Analyse af sættet 2005-8-3 (3-årigt A-niveau, med hjælpemidler)

For at give et indblik i de specifikke og generelle kompetencekrav, som fordres af sættet, gives her et bud på løsningsstrategier for udvalgte opgaver. Disse strategier er minimalistiske i den forstand, at de fører til (stort set) korrekte besvarelser under anvendelse af så få kompetencer som muligt. Strategierne er udformet, så de med små modifikationer kunne tjene som træning i eksamensopgaveløsning. De øvrige opgaver er kommenteret kort.

Opgave 1
Type: beregning af stykker i trekant med 3 størrelser opgivet.
Strategi: Hvis der er to vinkler, så find den tredje og brug sinusrelationer; hvis der er to sider, brug cosinusrelationer. Tegn skitse og marker de givne størrelser. Indsæt i formler. Isolér de adspurgte størrelser. Vær opmærksom på at for $a<1$ har $\sin(x)=a$ to løsninger x i intervallet [0, pi]. Dette kan evt. give anledning til flere løsninger af trekantsproblemet.

Opgave 2
Type: Analytisk rumgeometri iklædt arkitektur.
Strategi: Opgaven lyder i virkeligheden: Givet koordinaterne for 3 punkter A, B og C, etc. … . Der er standardprocedurer for bestemmelse af de kursiverede størrelser nedenfor:

Indsæt i formlen for *parameterfremstilling af ret linje gennem B og C*: punkt på linjen, B, retningsvektor, BC.
Skæring med koordinatplan bestemmes ved at sætte den relevante koordinat = 0, her z = 0. Gør dette i ligningens parameterfremstilling, og find den tilhørende parameterværdi. Indsæt denne parameterværdi i parameterfremstillingen. Punktets koordinater er nu af formen (a,b,0).
Ligning for en plan gennem 3 punkter (som du altid kan gå ud fra ikke ligger på linje) har formen ax+by+cz=d. For at finde tallene a, b og c udregner du krydsproduktet ABxAC ved at indsætte i formlen for krydsproduktskoordinater. Herved får du (a,b,c). For at finde d indsætter du A's koordinater som (x,y,z) i ax+by+cz og udregner værdien. Denne værdi er d.
Arealet af en trekant ABC i rummet bestemmes ud fra krydsproduktet ABxAC, hvis koordinater du fandt ovenfor. Arealet er $½(a^2+b^2+c^2)^{½}$.

Opgave 3
Type: modellering af tabelværdier.
Strategi: Opsøg første forekomst af ordene 'som funktion af'. Tjek, at det ord, som står til venstre for 'som funktion af', optræder i første række af tabellen, og at det ord, der står til højre, optræder i anden række. Tallene i første række hedder x og i anden række y. Der er nu tre muligheder (1): f(x)=ax+b, (2): $f(x)=ba^x$ og (3): $f(x)=bx^a$. I denne opgave er det direkte oplyst, hvilken der er tale om. Ellers afgør hvilken, fx ved at udelukke to eller at kigge efter ordene lineær (vælg mulighed (1)), eksponentiel (vælg mulighed (2)), eller potens (vælg mulighed (3)).
Når du har valgt, skal tallene a og b bestemmes. På et CAS-værktøj indtaster du tabellens x- og y-værdier og vælger regression. Husk igen, hvilket af ordene lineær, eksponentiel eller potens, der er relevant. Bruger du funktionspapir er sammenhængen: m**ill**imeterpap**i**r til l**i**neær, **e**nkeltlogaritmisk papir til **e**ksponentiel, d**o**bbeltlogaritmisk til p**o**tens. Afsæt punkter, og indtegn en ret linje. Aflæs hældning, der er lig a. Tallet b fås som skæring med en relevant lodret akse (huskeregel!). Nu har du konkrete værdier af a og b, som du skal bruge fremover i en ligning, her $y = bx^a$. Hvis du bliver bedt om et beregne en størrelse, så husk, at x hører til tabellens øverste række og y til den nederste. Indsæt den oplyste værdi, og brug ligningen til at finde den anden. Her:
Find y når x = 30.
Find x når y = 2000.
For at finde procentvis vækst, når x øges 30%, kan du nøjes med at indsætte nogle konkrete tal, fx x = 1 og x = 1,3, og så finde den tilsvarende procentvise vækst af y.

Opgave 4 og 5
I disse opgaver er der overensstemmelse mellem det, der kræves, og opgavens fremtrædelsesform. Alle spørgsmål vedrører procedurelle færdigheder inden for et kendt repertoire, måske på nær sidste spørgsmål i opgave 5. Opgave 1 er i øvrigt af samme art.

Opgave 6
Type: differentialligningsmodel.
Strategi (i generelle vendinger): Det gælder om at identificere, hvorledes der sprogligt refereres til de variable, klassificere ligningen og anvende korrekt løsningsformel fra formelsamling. I første spørgsmål, som antageligt er tillagt lav tærskelværdi, er der ingen reference til modellens genstandsområde, men kun til den matematiske betegnelse.

I sidste spørgsmål ønskes en tolkning, nemlig bærekapacitet. Da dette er et standardspørgsmål i en opgave om logistisk vækst, gælder det også her om at identificere sprogligt, i.e. at svare "bærekapaciteten for xxx", hvor xxx er korrekt sprogligt identificeret.

Opgave 7a

Opgaven tester at eleverne kan beregne sandsynligheder ud fra stikprøver inden for et kendt repertoire og kommer pænt omkring i dette repertoire, inklusive betinget sandsynlighed. Den handler ikke om børn, men om 12 B bestående af 8 P og 4 D. Dette hører under aspekt b), jf. de generelle konklusioner.

Opgave 7b

Bortset fra en uklar formulering vedrørende skæringspunkter med koordinatakserne, bemærket af flere censorer, en regulær opgave, som tester beregning af centrale størrelser for parametriserede kurver i planen, specielt vedrørende sammenhæng mellem parameterværdi og retning for hastighedsvektor. De tre spørgsmål skønnes at være af nogenlunde samme sværhedsgrad.

Generelle konklusioner

Sættet tester kompetencer og færdigheder mestendels på et operationelt niveau og ligner herved sættet uden hjælpemidler. Men kravene til teknisk kunnen, afkodning af opgavetekst med henblik på, hvilke procedurer der skal anvendes etc., er naturligvis højere og afspejler en passende balance ”hjælpemidler” vs. ”uden hjælpemidler”.
Adspurgte ræsonnementer består i beskrivelser af fremgangsmåder sammen med korte begrundelser, fx ”*skæring med xy-planen fås ved z = 0, så jeg finder den parameterværdi der giver z = 0, og indsætter den fundne værdi*”.

Evalueringsgruppen finder ikke, at der differentieres meget i bund og top, dvs. sættets spørgsmål sigter kun i ringe grad mod at adskille de svage elever fra de uduelige og de virkeligt dygtige fra de kompetente.

Sættets opgaver kan deles i to grupper:
1) opgaver, hvis kontekst er intern og rent matematisk;
2) opgaver, hvis kontekst inddrager eksterne ikke-matematiske forhold.

I gruppe (1) findes opgaverne 1, 4, 5, 7b med tilsammen 55 points, mens gruppe (2) udgøres af opgaverne 2, 3, 6, 7a med tilsammen 60 points. Opgaverne i gruppe (1) adresserer specifikke kompetencer, som må formodes at være lette at identificere for eksaminanderne (fx ”bestem monotoniforhold”), måske med undtagelse af sidste spørgsmål i opgave 5. Opgaverne i gruppe (1) tjener således et klart evalueringsformål og er fyldestgørende i henhold til dette.

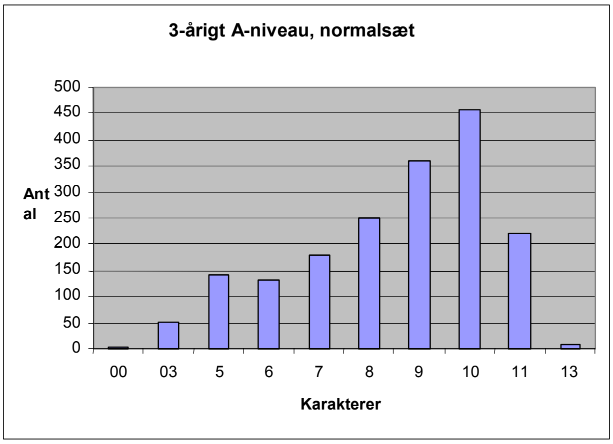
Opgaverne i gruppe (2) kan videredeles i to undertyper: (2a) iklædningsopgaver, hvor matematiske objekter tilskrives betegnelser fra ekstern kontekst, (2b) modelopgaver, hvor en ekstern kontekst beskrives ved hjælp af matematiske objekter. I gruppe (2a) er opgaverne 2 og 7a, mens gruppe (2b) udgøres af opgaverne 3 og 6.

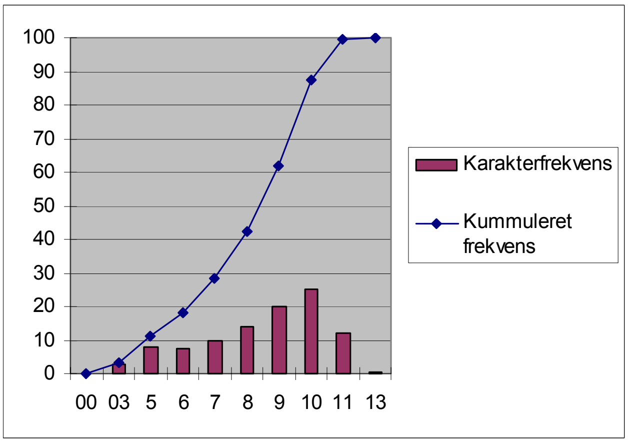
Nogle vigtigste aspekter ved model-/iklædningsopgaver er:

a) at demonstrere over for omverdenen er matematik er anvendeligt og bliver anvendt (legitimeringsaspektet);
b) at hjælpe visse elever til at fastholde sammenhænge mellem matematiske begreber ved at gøre dem konkret forankrede (visse andre elever vil finde dette forvirrende);
c) at adspørge kompetencer vedrørende matematiske operationer i relation til en (forvirrende) kontekst;
d) at anvende modeller til kvalificerede udsagn om en models genstandsområde, fx prognose, afklaring af dynamiske forhold, etc.

I det nuværende pensum tager de skriftlige eksamensopgaver hovedsageligt sigte på a). Modelleringssaspektet i bredere forstand forventes dækket gennem pensum til mundtlig eksamen. Efter reformen er der ved skriftlig eksamen sat mere fokus på punkterne c) og d). Eksempelvis vil spørgsmål fremover kunne dreje sig om, at eksaminanderne selv skulle vælge betegnelser.
Ligeledes skal eleverne fremover ifølge de faglige mål kunne foretage simuleringer og fremskrivninger og forholde sig til rækkevidden af modeller.

Sammenfattende for 3-årigt A-niveau
Ovenstående analyser af sættene med og uden hjælpemidler understøttes af histogram over karakterfordelingen. Percentilkarakteren for 20% er 6,2, den kumulerede frekvens for karakteren 5 er 11,0, og gennemsnittet er 8,45, hvilket indikerer, at sættet mageligt klares for de fleste. Dette er forventeligt, niveauets rekrutteringsgrundlag taget i betragtning. Med sættets store vægt på metodeprægede opgaver er det vanskeligt at differentiere i toppen. Således er typetallet 10, endda med en markant højere frekvens end de efterfølgende karakterer (9, 8, 11) i en frekvensrangordning. Sammenfattende synes sættene at sigte mod at afgøre, at eleverne kan stoffet uden nærmere at afgøre, hvor godt de kan det.





Karakter	00	03	5	6	7	8	9	10	11	13
Antal	4	53	142	132	180	251	359	456	221	10
Frekvens	0,2	2,9	7,9	7,3	10,0	13,9	19,9	25,2	12,2	0,6
Kumuleret	0,2	3,2	11,0	18,3	28,3	42,1	62,0	87,2	99,4	100,0
Percentiler	**10**	**20**	**30**	**40**	**50**	**60**	**70**	**80**	**90**	**100**
Percentilkarakter	4,0	6,2	7,1	7,8	8,4	8,9	9,3	9,7	10,2	13,0