

# **Midtvejsevaluering af delprojektet *CAS og IT i matematikundervisningen* del i projektet Danske Science Gymnasier**

Af Mette Andresen, juni 2007

## **Indhold:**

<b>1. Indledning.....</b>	<b>2</b>
<b>2. Mål og intentioner.....</b>	<b>2</b>
<b>3. Projektets enkelte aktiviteter.....</b>	<b>5</b>
3.1 Fælles aktiviteter.....	5
3.2 Kommunikation via Skolekom konferencen.....	8
3.3 Aktiviteter på skolerne.....	8
<b>4. Erfaringer fra det første års undervisning.....</b>	<b>9</b>
<b>5. Undervisningsmateriale.....</b>	<b>14</b>
<b>6. Status, forslag og anbefalinger.....</b>	<b>15</b>
6.1 Netværksdannelse og kompetenceudvikling.....	15
6.2 Vidensdeling.....	16
6.3 Udarbejdelse af undervisningsmaterialer.....	17
<b>7. Referencer.....</b>	<b>18</b>

## **1. Indledning**

I det følgende rapporteres midtvejsevalueringen af delprojektet *CAS og IT i matematikundervisningen*, som er del i projektet *Danske Science Gymnasier* (DASG), der forventes at forløbe i perioden 2006-2009.

Denne evalueringsrapport er udarbejdet af Cand. Scient. Ph.d. Mette Andresen, adjunkt på Danmarks Pædagogiske Universitetsskole, efter aftale med projektledelsen i projektet *Danske Science Gymnasier*. Der er således tale om en intern evaluering, for så vidt som den er bestilt og finansieret af projektet selv.

Formålet med evalueringen er at opsamle og kritisk vurdere de erfaringer der er gjort i delprojektets første år. Ifølge aftalen mellem parterne skal evalueringen ”... *beskrive delprojektets aktiviteter som helhed og repræsenteret ved en eller flere cases, og præsentere relevante refleksioner over disse, såvel fra deltagernes som fra et teoretisk didaktisk lærerudviklings synspunkt. Evalueringen skal omfatte en vurdering heraf i relation til de opstillede mål for delprojektet samt i relation til de overordnede mål for Danske Science Gymnasier.*” Desuden er det meningen, at denne midtvejsevaluering skal give inspiration og retningslinjer for forbedringer af projektet med henblik på det kommende skoleår.

Deltagernes refleksioner er indfanget ved en times gruppeinterview<sup>1</sup> 12. april 2007 med 6 af de deltagende lærere, samt ved observation<sup>2</sup> af i alt 9 lektioner på 2 af de deltagende skoler. Observationerne og gruppeinterview’et blev gennemført af Mette Andresen i perioden 12. april – 8. maj 2007. Gennem hele projektperioden har de deltagende skoler været tilmeldt en virtuel konference i *Skolekom*<sup>3</sup>. Lærerne fra hver af de deltagende skoler har ved skoleårets afslutning lagt en årsrapport<sup>4</sup> på skolekom konferencen. I alt blev sendt 6 årsrapporter i 2007. Mails og undervisningsmateriale fra denne skolekom-konference, herunder lærernes årsrapporter indgår som underlag for evalueringen. Oplysninger og indtryk fra uformel snak med lærere og elever under skolebesøgene og på det fælles møde 12. april 2007 indgår også.

## **2. Mål og intentioner**

Det fremgår af projektbeskrivelsen for projekt *Danske Science Gymnasier*, som findes på projektets hjemmeside<sup>5</sup>, at det overordnede mål var at øge interessen for matematik og naturvidenskabelige fag, at sætte fokus på matematisk og naturvidenskabelig almindelse og at motivere de unge for en teknisk-naturvidenskabelig uddannelse. Lærernes kompetenceudvikling var også et mål, samt at udvikle nye undervisnings- og læringsmetoder og nye undervisningsmaterialer på grundlag af fagdidaktiske forskningsresultater og nye fagligt pædagogiske idéer.

DASG er ifølge hjemmesiden et netværk af almene og tekniske gymnasieskoler, som kan og vil gøre en særlig indsats for at udvikle undervisningen i matematik og

---

<sup>1</sup> I rapporten refereres til linjenummer i udskriften af dette interview således: (Int,123-147)

<sup>2</sup> I rapporten refereres til optagelsesdato, -nummer og tidsangivelse i optagelsen således: (010507,MOL004,14:30-14:50)

<sup>3</sup> Skolekom er et netbaseret, landsdækkende kommunikationssystem for undervisere og studerende på alle niveauer i uddannelsessystemet, med postfunktioner og åbne og lukkede virtuelle konferencestrukturer.

<sup>4</sup> I rapporten refereres til årsrapport nummer således: (2).

<sup>5</sup> [www.dasg.dk](http://www.dasg.dk)

naturvidenskabelige fag. Skoler der optages i netværket skal have som målsætning at ville bidrage til den fagligt pædagogiske udvikling af matematik og de naturvidenskabelige fag og være villige til at stille lærerressourcer til rådighed herfor. Den enkelte skole skal til enhver tid være involveret i mindst ét af netværkets projekter. På hjemmesiden står der endvidere:

### **Strategi**

Arbejdet tilrettelægges efter en række overordnede principper:

- Der skal knyttes fagdidaktisk og matematisk/naturvidenskabelig ekspertise til de enkelte udviklingsprojekter både ved tilrettelæggelsen, gennemførelsen og evalueringen
- Udviklingsprojekterne skal have karakter af åbne oplæg med henblik på at sikre deltagernes ejerskab
- Gennemførelsen af udviklingsprojekterne skal sammenkædes med lærernes kompetenceudvikling
- Vidensdeling og formidling af resultater skal fortrinsvis ske gennem udarbejdelse af undervisningsmaterialer og udbud af efteruddannelseskurser
- De deltagende fag er matematik og de naturvidenskabelige fag biologi, fysik, kemi og naturgeografi. Der er særlig fokus på fagenes samspil i naturvidenskabeligt grundforløb og almen studieforberedelse.

(...)

### **Indhold**

Styregruppen har udpeget fire indsatsområder. Inden for hvert af dem er der projekter under overvejelse, og der er sat et antal pilotprojekter i gang:

#### ***IT i matematik og naturvidenskabelige fag:***

- CAS i matematikundervisningen
- Dataopsamling og databehandling
- Jordobservation - nedtagning af satellitbilleder (i samarbejde med Geografisk Institut, KU)

#### ***Moderne teknologi***

- i samarbejde med virksomheder og universiteter
- Nanoteknologi (i samarbejde med DTU og KU)
- Bioteknologi
- Kommunikationsteknologi

#### ***Naturvidenskab for alle***

- flerfaglige undervisningsforløb bl.a. i samarbejde med *Den Naturvidenskabelige Alliance*.
- Bæredygtig udvikling
- Astrobiologi – liv i universet
- Kroppen som motor
- Brintsamfundet

#### ***Læringsstrategier i matematik og naturvidenskabelige fag***

- HOT - matematik og naturvidenskab (i samarbejde med Steno Institutet, ÅU)

1. Fra beskrivelsen af DASG på projektets hjemmeside

Delprojektet *CAS og IT i matematikundervisningen* skulle ifølge hjemmesiden have omdrejningspunkt for arbejdet i et netværk af lærere med gensidig inspiration og idé udveksling. Alle lærere med lyst til at deltage i et sådant netværk, og villige til at deltage i efteruddannelse og erfaringsudvekslinger, blev inviteret til at deltage i dette indsatsområde

i 2007/2008, dog skulle der deltage mindst to lærere fra den enkelte skole for at opnå stor spredningseffekt. Erfaringer fra tilsvarende udviklingsprojekter viser, at det har en positiv effekt på holdbarheden af et projekts resultater og på udbredelsen af dem, når mere end én lærer deltager fra hver skole<sup>6</sup>.

På hjemmesiden står der blandt andet:

### **Mål**

Målet med dette udviklingsprojekt er at ruste matematiklærerne til udfordringerne i fremtidens matematikundervisning. Da erfaringerne har vist, at især CAS-programmerne kan betyde store ændringer af tilgangen til og arbejdet med de forskellige matematiske emner, vil disse programmer stå centralt i projektet. Derudover vil det være naturligt at inddrage mange andre aspekter, som udspringer af gymnasireformen. Det er også et mål, at deltagerne skal inspireres til at udvikle nye små eller store undervisningsmaterialer.

(...)

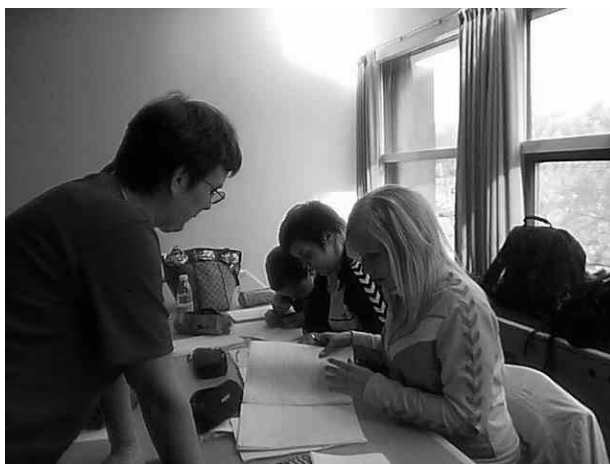
Omdrejningspunktet i arbejdet er altså et netværk af lærere med gensidig inspiration og idéudveksling. Det vil være meget op til deltagerne, hvad der skal arbejdes med i løbet af året, men oplagte emner kunne være:

- **Arbejdet med CAS**  
Hvordan bliver CAS-lommeregnerne og CAS-programmer integreret i undervisningen?  
Hvordan bliver undervisningen ændret og styrket med disse værktøjer?  
Udvikling af undervisningsmaterialer, der udnytter CAS-værktøj.  
Ideer til opgaver og projekter, der er baseret på CAS-værktøj.
- **Andre computerprogrammer**  
Erfaringer med forskellige geometriprogrammer.  
Erfaringer med Datameter, f.eks. til statistik og sandsynlighedsregning.  
Modellering og andre muligheder med dataopsamlingsprogrammer.  
Udvikling af undervisningsmateriale til disse programmer.
- **Projektarbejde i matematik**  
Hvordan ruster man eleverne til mere selvstændigt arbejde med matematikrapporter og matematikprojekter?
- **Matematiks rolle i Almen Studieforbereelse**  
Udvikling af gode at-forløb, hvor matematik spiller en væsentlig rolle.
- **Studieretningsprojekter**  
Udvikling af gode projektoplæg til forskellige studieretninger med matematik – først og fremmest studieretninger med matematik og et naturvidenskabeligt fag.
- **Samarbejde med uddannelsesinstitutioner og erhvervsvirksomheder.**  
Udbygning af samarbejdet med universiteterne.  
Udvikling af forpligtende samarbejder med virksomheder.

*2. Fra beskrivelsen på hjemmesiden af delprojektet CAS og IT i matematikundervisningen*

<sup>6</sup> Se for eksempel Andresen 2005 side 131 og 137-141

Der var således lagt op til, at den nærmere fastlæggelse af indholdet i projektets aktiviteter skulle ske i et samarbejde mellem deltagerne og projektledelsen, styret af de behov deltagerne i fællesskab formulerede undervejs i projektet. Det fremgår af fig 1., at dette er helt i overensstemmelse med den overordnede strategi for DASG. Det er også i overensstemmelse med erfaringerne fra tilsvarende projekter som for eksempel Matematik og Naturfag i Verdensklasse<sup>7</sup>.



3. Klasseundervisning med CAS

### **3. Projektets enkelte aktiviteter**

Ligesom på de øvrige delprojekter omfattede *CAS og IT i matematikundervisningen* både fælles aktiviteter i form af et internatkursus og et heldagsmøde for de deltagende lærere, kommunikation via skolekom konferencen samt aktiviteter på skolerne.

#### **3.1 Fælles aktiviteter**

Internatkurset blev afholdt 4.-6. oktober 2006 i Nyborg.

På forhånd havde det vist sig, at de deltagende læreres erfaringer og forudsætninger med hensyn til at bruge CAS var meget forskellige. Det viste sig derfor umuligt at udvælge ét CAS-redskab enten i form af et matematikprogram eller en håndholdt, som alle deltagerne brugte eller gerne ville begynde at bruge i undervisningen. Disse forhold blev drøftet åbent på Skolekom konferencen, så alle deltagerne havde lejlighed til at følge med i og bidrage til debatten. Som et kompromis blev TI-interaktiv valgt som arbejdsprogram på internatkurset, og der blev afsat tid til en fælles introduktion efterfulgt af selvstændige aktiviteter. Deltagere, der benyttede andre programmer på deres skoler blev opfordret til at forsøge at oversætte deres kursuserfaringer til de pågældende programmer bagefter. På kurset havde deltagerne mulighed for at dele sig op i smågrupper i det selvstændige arbejde og på den måde tage højde for den store spredning i erfaring og rutine i at benytte de forskellige programmer i og udenfor undervisningen.

Programmet for internatkurset så ud som følger:

---

<sup>7</sup> Se for eksempel Andresen 2005 side 129 ff samt Fullan og Hargreaves 1992:1-9



Foreløbigt program for kursus i DASG-projekt 1, CAS i matematikundervisningen.

Onsdag d. 4. oktober

- 11.30 – 12.00: Ankomst og indkvartering
- 12.00 – 13.00 Frokostbuffet
- 13.00 – 13.30 Velkomst og praktiske oplysninger
- 13.30 – 15.00 Introduktion til datameter. Bjørn Felsager, Haslev Gymnasium
- 15.00 – 15.30: Kaffe
- 15.30 – 18.00 Datameter
- 18.00 – 19.30 Middag
- 19.30 – 21.00 Præsentation af projektet *Sundhedsprofiler*. Torben Erntgård, Sorø Akademi. Drøftelse af, hvordan talmaterialet fra dette projekt kan indgå i undervisningsforløb og – projekter.

Torsdag d. 5. oktober

- 9.00 – 10.30 CAS i matematikundervisningen. Gert Schomacker, Frederiksborg Gymnasium, og Bjørn Felsager
- 10.30 – 10.45 Kaffe
- 10.45 – 12.00 CAS i matematikundervisningen
- 12.00 – 13.30 Frokost
- 13.30 – 15.00 CAS i matematikundervisningen
- 15.00 – 15.30 Kaffe
- 15.30 – 18.00 CAS i matematikundervisningen
- 18.00 – 19.30 Middag
- 19.30 – 21.00 CAS i matematikundervisningen

Fredag d. 6. oktober

- 9.00 – 10.30 Præsentation af Texas' N'spire. Behrnt Andersen, Texas Instruments
- 10.30 – 10.45 Kaffe
- 10.45 – 12.00 N'spire
- 12.00 – 13.00 Kursusevaluering og en drøftelse af, hvordan der skal arbejdes videre med DASG-projektet resten af skoleåret.
- 13.00 – 14.00 Frokost. Herefter afrejse.

*4. Program for internatkursus 4.-6. oktober 2006*

En erfaren lærer fortalte under gruppeinterviewet at han havde haft stor glæde af at 'bryde ud' fra den fælles aktivitet under introduktionen af TI interaktiv på anden dagen, for at arbejde på egen hånd med et par kolleger:

*Men det var vi så nogen stykker der konstaterede ret hurtigt, og så satte vi os ind for os selv, og så fortsatte vi med det Bjørn Felsager havde arbejdet med, og i løbet af den dag fik vi så lavet boksplot og chi i anden test, i MathCad, og det har jeg da haft stor glæde af og brugt i min undervisning, så det var helt fint. Og dernæst lovede jeg mig selv og andre der var interesserede i det, at jeg ville fortsætte med at udarbejde et materiale til rumgeometrien, i MathCad, og det har jeg gennemført og jeg har også brugt det i min undervisning. Og jeg*

*har afleveret det på nettet, dog i den form at folk der var interesseret i det skulle henvende sig til mig – der er noget med copy-right og den slags ting. (Int,718-725)*

Af årsrapporterne fremgår det, at også de mere uerfarne deltagere havde haft stort udbytte blandt andet af kursets introduktionen til TI-interaktiv fordi der havde været lejlighed til at gennemprøve det viste på egen hånd. En gruppe lærere skrev for eksempel:

*Vi synes at internatkurset var inspirerende og lærerigt, da vi blandt andet selv kunne arbejde med programmerne. (4)*

Og under gruppeinterview'et sagde en anden lærer:

*Jeg synes det har været meget positivt at være med og jeg synes det har været meget inspirerende at blive introduceret til nogen nye programmer. Det synes jeg har været en meget stor oplevelse. (Int,7-9)*

Heldagsmødet fandt sted den 12. april på Rosborg gymnasium. På programmet var en række oplæg ved eksterne oplægsholdere:

<b>Program for DASG-kursus på Rosborg Gymnasium d. 12. april, 2007.</b>	
9.30 – 10.00	Ankomst og kaffe
10.00 – 11.00	Steen Markvorsen, DTU Den CAS-motiverede ændring af den indledende matematikundervisning på DTU – Eksempler og perspektiver.
11.15 – 12.15	Frede Dybkjær, Holstebro Gymnasium' Eksempler på forløb med MathCad Kort diskussion af projektets videre forløb. Hvad forventes det af deltagerne, og hvad kunne deltagerne ønske sig af projektet næste år?
12.30 – 13.15	Frokost
13.15 – 14.15	Kjeld Bagger Laursen, KU Erfaringer fra KU's kursus om studieretningsprojekter.
14.15 – 15.00	Mette Andresen, DPU En matematikdidaktikers observationer af undervisning med CAS.
15.00 – 15.15	Kaffe
15.15 – 16.15	Per Brønserud, Skt. Knuds Gymnasium Matematikundervisning og modellering med brug af dataopsamling.

5. Program for heldagsmødet

Oplæggene gav anledning til livlige og frugtbare erfaringsudvekslinger og diskussion. Det blev fremhævet under interviewet med lærerne, at mange også oplever den uformelle diskussion og snak som noget, de får meget ud af i forbindelse med kurser og møder. For eksempel sagde en lærer:

*De konferencer hvor vi har været samlet her, det synes jeg, at jeg har fået meget ud af, det har været utroligt inspirerende, og lige så meget den her småsnak ind imellem som nogen gode foredragsholdere,.. (Int,858-860)*

På skolekom konferencen tilkendegav mange af deltagerne ligeledes, at de havde været glade for de fælles aktiviteter.

### 3.2 Kommunikation via skolekom konferencen

I projektbeskrivelsen omtales kommunikationen via Skolekom konferencen som et vigtigt redskab til vidensdeling, og til at understøtte lærernes kompetenceudvikling.

Langt de fleste af indlæggene på Skolekom konferencen i skoleåret 2006-2007 vedrørte dels det undervisningsmateriale som lærerne lagde ud i overensstemmelse med aftalen, og dels årsrapporterne. Desuden var der nogle mails vedrørende den praktiske afvikling af kurset og mødet samt indkøb og fordeling af diverse licenser. Der var ingen eller meget lidt debat på Skolekom om de forhold i forbindelse med undervisningens organisering og afvikling, som prægede den fælles snak på heldagsmødet og under gruppeinterview'et. Den fælles tilstedeværelse var præget af diskussioner af for eksempel hvordan eleverne om nødvendigt kunne motiveres til at bruge CASværktøjet, af aftaler omkring skriftligt arbejde og brugen af færdige løsningsforslag og af hvordan mundtligheden i matematik bedst udvikles. Disse emner, og deltagernes engagerede diskussionen af dem, tages op i denne rapports afsnit om erfaringer fra det første års undervisning.

Om den manglende pædagogiske diskussion på Skolekom og årsagerne til den, sagde to af lærerne under gruppeinterview'et:

*...og der kan jeg desværre forestille mig at der er andre der har haft det ligesådan, for det var jo meningen at der sådan skulle komme feedback på materialerne, sådan som du måske inderst inde havde forventet, ikke, så der kunne komme en debat på skolekom om det vi lavede. Og den debat er jo totalt udeblevet. Og det ved jeg ikke hvordan vi får. Altså, jeg tror det er svært at gøre det over konferencen før vi kender hinanden noget bedre, ikke?  
(Int,809-813)*

*Det er den ene ting, ikke, og jeg tror også man går mere ind i debat sådan et sted hvis det er på et mere konkret projekt. Hvis vi nu har et konkret projekt vi arbejder på, så må de andre gerne høre på hvad vi diskuterer, men oplægget har alligevel været meget diffust, hvor er det lige vi har fokus henne, vi har faktisk ikke haft fælles fokus overhovedet, ud over CAS. Det er en overskrift men det er ikke noget fokus, vel? (Int,814-818)*

En anden lærer sagde lidt senere:

*Men det tror jeg også er noget – gruppen er jo stor! Ikke, altså når jeg ser navnet på nogen, der er mange, XX kan man altid huske men der er mange der - (latter) der er mange hvor man siger det navn – det ved man ikke hvem er. (Int,830-832)*

Der kom under gruppeinterview'et forskellige forslag frem, som kunne tænkes at fremme samarbejdet over Skolekom. De omtales i denne rapports afsnit om status, forslag og anbefalinger.

### 3.3 Aktiviteter på skolerne

Aktiviteterne på de enkelte skoler fremgår af årsrapporterne, som er samlet sammen og bearbejdet af projektlederen, Lektor Anne W. Petersen.

De seks årsrapporter afspejler undervisningsaktiviteter i de involverede klasser og produktion af undervisningsmateriale i form af noter og arbejdssedler. Enkelte lærere refererer til netadresser, hvor de har hentet inspiration og/eller undervisningsmateriale som efterfølgende er bearbejdet til brug i egen klasse.

På en enkelt skole har deltagelsen i projektet derudover givet anledning til, at der er afholdt et efteruddannelseskursus for en større gruppe kolleger. To andre skoler beretter, at der er planlagt kollega-instruktions kurser i det kommende år. Selve undervisningsaktiviteterne er repræsenteret ved det udlagte undervisningsmateriale, som i de fleste tilfælde ledsages af ingen eller kun sparsomme evaluerende kommentarer eller overvejelser over, på hvilke punkter den pågældende lærer vil arbejde videre med materialet næste gang det skal bruges. Dette kan ses som tegn på, at projektet kun lige er gennem sin startfase, hvilket tages op i denne rapports afsnit om status, forslag og anbefalinger.

#### **4. Erfaringer fra det første års undervisning**

Da det var ikke forudsat i projektet, at deltagerne brugte et bestemt CASværktøj, har der været mulighed for at diskutere fordele og ulemper og foretage sammenligninger mellem de benyttede programmer og grafregnere/håndholdte, som – i hvert fald - har været TI Interaktiv, MathCad, Datameter, Geometer, Excel, Derive, TI 84, TI89, TI n'spire og Voyage 200. Der var ikke noget tegn på, at deltagerne ville kunne enes om en bestemt løsning.

Det viste sig, at mens nogle lærere helst ville bruge ét program til stort set det hele, foretrak andre en kombination af programmer og regnere:

*I den ene klasse (en 2.HF) har de brugt TI-interactive og derive.*

*I denne klasse er det især blevet brugt til differentialregning og integralregning.*

*Eleverne har foretrukket at bruge lommerregner (TI84), når de kunne det.*

*Det var måske fordi vi først fik TI-interactive ved juletid.*

*I den anden klasse (en 1g med MAA) har de brugt n-spire-cas+ (både håndholdte og PC-udgave).*

*Vi har brugt CAS-værktøjerne er i forbindelse med alle de gennemgåede emner (ligningsløsning, funktionsundersøgelser, regressioner, geometri, polynomier, statistik).*

*Det har især været godt til det lidt mere eksperimentelle i emnerne geometri og polynomier.(2)*

*Når man giver hjemmeopgaver er der stor spredning i hvem der bruger Mathcad, og hvem der bruger lommeregnerfunktioner og hvem der bruger håndkraft. Man skal kræve, at de skal bruge Mathcad, før alle bruger det. Det tyder på at et halvt års tilvænningsperiode er for lidt, og det har resulteret i at vi nu på skolen indfører et Mathcad kursus i 1.g C niveau (supplerende stof) med henblik på at hjælpe de, som ønsker at løfte til B-niveau.*

*Man skal præcisere hvilke hjælpemidler, der er formålstjenlige at anvende,*

*f.eks. er det nemmere at anvende Ti84 til regression, selv om der er faciliteter i Mathcad til dette, idet det involverer flere nye ting som skal læres. ( Regression er jo allerede indført i 1.g)*

*På dette niveau synes det nemmest at bruger Mathcad ved:*

*Ligninger (idet man får alle løsninger samtidigt), uligheder, Graftegning, differentiation og integration.*

*Geometri regnes i hånden med Ti84 eller i et geometriprogram (Det har der ikke været tid til at introducere!)*

*Regressioner på Ti84 eller Excel.(3)*

I én af årsrapporterne nævntes det som en udfordring i forbindelse med CAS, at:

*- det er svært at finde et program, der tilfredsstillere alle og alles behov. (1)*



6. Elever, der kombinerer håndholdt og computer

Flere af deltagerne i gruppeinterview'et fortalte om hvordan brugen af CASværktøjerne gør det muligt at lade eleverne arbejde mere eksperimenterende, og at eleverne dermed kan få en bedre forståelse og meget større ejerskab til det matematiske indhold. For eksempel:

*...jeg underviser i det fag der hedder kommunikation og IT: Men jeg har været med i at introducere nogen værktøjer og der har vi fået Geometer ind, og det er nyt for os. Og det jeg kan se, eller mine kolleger kan se, er, at det giver altså en rigtig god effekt at bruge det. Man kommer nemmere til nogen af forståelserne indenfor geometrien. Så der er en hel klar fordel. (Int,61-64)*

*Jeg vil så supplere Hans fordi jeg har arvet hans materiale om opinionsundersøgelser, hvor man sidder og laver simuleringer af for eksempel opinionsundersøgelser. Og det er nok første gang jeg har haft et hold der har haft så klar en fornemmelse af tilfældige variationer når man laver forsøg. Og det har været helt naturligt efter at de har siddet og kørt nogen simuleringer, at vi så har bygget ud med binomialfordelingen. Og oven i købet efter at de har kørt binomialfordelingen, hvor de så – jamen, så kunne de jo se hvordan de her fordelinger i de tilfældige eksperimenter, de kom til at ligne mere og mere et eller andet, og så kunne man komme ud med teorien, så jeg tror faktisk det lykkedes de her elever at få en fornemmelse af at her har vi en model – en sandsynlighedsteoretisk model, og hvordan ser virkeligheden så ud? (Int,65-73)*

*Ud over det så vil jeg også sige, at jeg synes at det at have CAS værktøjerne til rådighed i form af Geometer, GeoGebra som også er freeware, det giver mig faktisk mulighed for at lave nogen små eksperimenterende forløb indenfor geometri og indenfor funktionsanalyse, hvor man selvfølgelig guider elverne i en retning, men beder dem om aktivt selv at lave nogen konstruktioner og udlede nogen resultater.. Jeg behøver ikke give dem resultaterne på samme måde. Jeg skal selvfølgelig sikre mig at de kommer til det rigtige - men jeg behøver ikke stå og gennemgå overgangsformler med cosinus og sinus for jeg kan bede dem om at lave nogen konstruktioner, selv tegne, selv se hvad sker der hvis de sammenligner*

*koordinaterne, så de ligesom selv opdager matematikken. Det giver mig også en mulighed for at elever ikke arbejder lige hurtigt. (Int,84-92)*



*7 a+b. Eleverne har mulighed for at arbejde mere eksperimenterende*

Under gruppeinterview'et blev der også talt om den hurdle det er for eleverne at sætte sig ind i og lære at bruge et CASværktøj. Det var en fælles erfaring, at man som lærer måtte være insisterende og ofte kom i modvind i starten, men at eleverne alle sammen blev glade for det bag efter. For eksempel:

*- Ja det har jeg gjort i år og det er første gang. Vi har brugt lommeregneren indtil for ikke så lang tid siden. Det var det samme, altså de synes det er snyd og de synes, altså der er også nogen ting man lige skal i gang med! Der er nogle hurdler man skal over. Som i allerhøjeste grad kommer igen. Man investerer, men de har svært ved at tro på det når man starter. Altså, jeg ved ikke om det er mig der griber det forkert an, men jeg synes jeg gør hvad jeg kan men jeg synes det er en enorm hurdle. Men de bliver så glade!*

*- Jeg er fuldstændig enig!*

*- Ja! (Int,447-454)*

Og

*...Og jeg er fuldstændig enig med dig i at det er en investering og man kan godt opleve næsten en form for vi-kvæler-læreren stemning – (Int,465-466)*



*8. Erfaringen var, at eleverne blev glade for at bruge CAS*

I praksis foregik en del af indføringen af for eksempel funktioner og rutiner på n'spire ved, at eleverne fulgte en udførligt beskrevet fremgangsmåde i lærerens notemateriale, der startede med et gennemregnet eksempel som skulle reproduceres med henblik på at sammenligne resultatet. På den måde skulle eleven stifte det indledende bekendtskab med de forskellige tasters placering og funktion etc. Derefter blev eleverne guidet til at arbejde mere og mere selvstændigt med eksempler og nye opgaver.

Denne fremgangsmåde er almindeligt benyttet, også i forbindelse med introduktion af nye programmer som for eksempel Datameter. I forbindelse med klasseundervisning forudsætter denne fremgangsmåde, at der er en projektor tilsluttet computeren, eller at der er en view-screen tilsluttet den håndholdte.

Under gruppeinterview'et fremhævede en af lærerne, at den træning af matematiske færdigheder, som til en vis grad overflødiggøres af CASværktøjet, erstattes af træning i at bruge det:

*Helt enig! Så synes jeg bare at det flytter jo bare det man træner. Jeg bruger meget tid på at træne programmet. Jeg synes ikke det kommer af sig selv i min undervisning: giv dem værktøjet så finder de nok ud af det... Jeg bruger meget tid på at lære dem at bruge værktøjet. (Int,233-235)*



9. Elev, der reproducerer noternes tastefølge

Det blev diskuteret på heldagsmødet, hvordan brugen af computer indvirkede på elevernes mundtlige færdigheder i matematik. Den gennemgående erfaring var, at eleverne forklarer meget for hinanden også når de sidder sammen ved computer eller håndholdt. Selvom en del af snakken under selve arbejdet ikke nødvendigvis foregår med formfuldendte matematiske formuleringer var det den almindelige holdning at eleverne var gode til at formulere sig mundtligt, ikke mindst takket være den fælles klasseundervisning eller fremlæggelse for dele af klassen. Som det blev formuleret under gruppeinterview'et:

*Eleverne skal snakke meget mere sammen, altså de snakker sammen, vi har ikke fået de der isolerede – det har jeg i hvert fald ikke fået de der isolerede elever der sidder bag hver sin skærm eller sidder bag ved deres lommeregner. Mange gange, mange af dem har jo svært ved noget af det, de skal kommentere meget mere over for hinanden: hvad er det man skal gøre, ikke? Og nu er jeg ikke af den type der siger at mundtlig matematik det er et spørgsmål om at kunne reproducere et bevis på tavlen! Mundtlig matematik det er noget*

*med almindelig kommunikation og hvis de kan fortælle hinanden i det der matematiske sprog, og forstå hinandens forklaringer, så synes jeg det er stor mundtlighed. Så vi får en hel masse mundtlighed ud af det her. (Int,159,167)*

*Der er også det, at den mundtlige færdighed hænger meget sammen med at de et tvunget til at forklare lidt mere i deres skriftlige opgaver end de plejer, altså jeg synes de – nej, det kommer ikke af sig selv men man tvinger dem til at argumentere noget mere end man har gjort før. Jeg synes det giver pote også i den mundtlige debat. (Int,202-205)*

*Det at det bliver nemmere for dem at regne og gennemgå de ting dér, det gør så at vi kan stille større krav til dem om at, jamen, så skal I forklare hvad det er der sker. For at vi kan se at de har den forståelse som de jo skal have. Det er noget af det som værktøjet er med til at understøtte. At vi kan stille de krav til dem. (Int,206-209)*



10. Den mundtlige kommunikation i matematisk sprog er vigtig

Det blev nævnt at man som lærer skulle være lidt ekstra opmærksom på den matematiske 'slang' eller computerjargon som kan udvikles, som for eksempel at tale om at 'solve' en ligning etc.

Vedrørende det skriftlige arbejde mente mange, at elektronisk aflevering og aflevering af computerudskrifter gav anledning til at sætte mere fokus end sædvanligt på kravene til korrekt matematisk formulering og til begrundelse og argumentation for de enkelte svar. Det blev også nævnt, at mange svage elever var glade for at kunne frembringe skriftlige produkter, der tog sig bedre ud end vanligt – også selvom indholdet måske ikke var bedre. Disse diskussioner svarer godt til tilsvarende erfaringer og diskussioner i Mat Nat Verdensklasse projektet<sup>8</sup>.

På heldagsmødet og under gruppeinterview'et var der en del diskussion af et emne, som var nyt i forhold til de tidligere erfaringer fra Verdensklasseprojektet. Det drejede sig om muligheden for eleverne for at skaffe sig færdige løsninger til de skriftlige hjemmeopgaver, specielt gamle eksamensopgaver og type-eksamensopgaver. Nogle af deltagerne mente det ikke var hensigtsmæssigt at udlevere færdige løsninger til eleverne, fordi de så ville være

<sup>8</sup> Se Petersen, Pawlik og Andresen 2004 side 11-12

mere tilbøjelige til at springe over hvor gærdet var lavest og undlade at udarbejde løsninger på egen hånd.

Følgende klip fra gruppeinterview'et afspejler denne holdning:

*Det bryder jeg mig ikke om, og jeg ville slet ikke drømme om, selvom jeg har færdige regneark der kan gøre det hele, altså kan løse alle former for sjove trigonometriske trekantsopgaver vi kan få til studentereksamen, kunne jeg aldrig drømme om at give dem til mine elever. Jeg ville ikke give dem de ting jeg har lavet. Sådanne ting hvor jeg forventer, at de skal sør'ne kunne lave dem selv, der vil jeg ikke give dem færdige besvarelsesfiler hvor de bare kan erstatte et tal. Det vil jeg ikke! Hvis de vil have det, må de lave det selv!*  
(Int,310-316)

*Jeg går et skridt videre – jeg giver dem den totale løsning!* (Int,317)

*Ja, det ved jeg godt – det vil jeg slet ikke gøre. Det må jeg indrømme!* (Int,318)

Andre mente at elevernes refleksion over og ansvar for egen læring ville fremmes når de helt åbenlyst fik stillet løsninger til rådighed, som de i nogle tilfælde alligevel havde mulighed for at skaffe sig på de ene eller den anden måde:

*...Og hvis de nu sidder for eksempel derhjemme, uden at der lige er adgang til en lærer, så er det jo fint hvis de kan hente en løsning på nettet og sige åh ja, det var jo det. Der er sommetider nogen elever som siger: er det ikke bare snyd at de kan hente en løsning, så er vi jo færdig? Så siger jeg: Men det lærer du jo ikke noget af. Du lærer noget ved at arbejde med det selv, og min løsning skal du først bruge når du kører fast. Når det så er sagt vil jeg også sige, at eleverne er jo i dag, i mine øjne, normalt enormt gode til at samarbejde. Altså både i undervisningstiden og udenfor undervisningstiden. De samarbejder og de bruger meget de moderne metoder til at samarbejde. Altså med at være på sms eller maile til hinanden.* (Int,277-284)



11. Elev med mobiltelefon

## **5. Undervisningsmateriale**

Det materiale som er lagt ud på Skolekom konferencen af lærerne, spænder over alt fra korte arbejdssedler til egentlige noter. Projektlederen har forestået en vis sortering i materialet, med henblik på at lægge de mere færdige produkter ud på projektets

hjemmeside<sup>9</sup>. Materialet på hjemmesiden er inddelt efter program; MathCad, TI Interaktiv og Datameter, og virker gennemgående interessant og velegnet.

Det øvrige materiale, som endnu kun er nået til Skolekom konferencen, vil nok for en stor del kunne udbygges og eventuelt sættes sammen til mere omfattende noter.

De emner som tages op i materialet er især forskellige områder indenfor statistik, differentiaalligninger, regression, differentialregning herunder tangent og monotoniforhold men også brug af Geometer i forbindelse med trekantssætninger, samt eksponential- og andre funktioner.

## **6. Status, forslag og anbefalinger**

### **6.1 Netværksdannelse og kompetenceudvikling**

Efter det første år er projektet kendetegnet ved at være igennem en begyndelsesfase, hvor de deltagende lærere har brugt en eller flere former for CASværktøjer i deres undervisning og har produceret undervisningsmateriale i større eller mindre omfang. For nogle læreres vedkommende er dette sket for første gang, mens andre har været i gang længe eller i nogen tid inden projektet startede, indenfor CAS standard forsøgene eller Mat Nat Verdensklasse projektet. Som det blev nævnt i afsnittet om Skolekom konferencen, er projektet endnu ikke modnet som egentligt netværk. En af årsagerne er antagelig, at der kun er gået et år; en del af deltagerne gav endvidere under den uformelle snak udtryk for, at de var ganske pressede med hensyn til opfyldelsen af gymnasireformens mangeartede nye krav, samtidig med at mange jo var nybegyndere mht CAS. Selv under mere gunstige omstændigheder viser erfaringen, at det tager tid at opbygge et netværk<sup>10</sup>. Det kræver også fælles tilstedeværelse i et vist omfang - som en af lærerne udtalte under gruppeinterview'et:

*Der kan jeg jo så sammenligne med Verdensklasseprojektet, at netværksdelen nok er meget nedtonet fordi vi bor så langt fra hinanden. Altså, det gode ved verdensklasseprojektet var jo, at vi kunne holde møde syv gange om året – mødes en aften lige til et foredrag, og det synes jeg gjorde, at vi kom til at lære hinanden at kende og at vi på den måde – vi fik jo nogen enorme diskussioner, ikke? Og det kan jeg godt savne her, at vi er så spredt. Derfor var jeg også inde på, om man skulle have delt op i et øst og et vest netværk, men det har der ikke rigtig været basis for. Så jeg synes nok, desværre, at den del med netværk er nedprioriteret. Og det kan vi jo så overveje om vi kan gøre bedre, ikke? (Int,798-805)*

Antagelig ville en opdeling i et øst og et vest netværk være befordrende for udviklingen af personlige kontakter og følelsen af at være med i et fælles projekt, og dermed give et væsentligt større potential for frugtbare og varige samarbejder på tværs af skolerne!

De opdeltede øst og vest netværk kunne danne rammen for lokale arrangementer hvor deltagerne kunne diskutere emner af en lidt mere overordnet karakter, såsom motivering af tøvende elever og elever med modstand mod brugen af CASværktøj, de nævnte spørgsmål vedrørende skriftlige arbejder og mundtlighed og andre presserende emner. For eksempel gav en gruppe lærere i årsrapporten udtryk for disse behov:

<sup>9</sup> [www.dasg.dk](http://www.dasg.dk) under undervisningsmaterialer

<sup>10</sup> Se for eksempel Andresen 2006 side 22-23

*Vi ville gerne have haft en diskussion om udformning af elevernes besvarelse af eksamensopgaverne og hvordan anvendelse af de forskellige hjælpemidler ændrer elevernes færdigheder. Samt lidt mere omkring den pædagogiske side af anvendelse af CAS. (4)*

Hvis idéen om at dele op i et øst og et vest netværk blev realiseret, kunne de fælles aktiviteter for alle deltagerne være organiseret omkring konkrete emner og projekter: under gruppeinterview'et blev det foreslået, at noget af tiden på det fælles internatkursus blev brugt på arbejde med forskellige, konkrete projekter. Projekterne kunne opstå som løse idéer på Skolekom konferencen, som de enkelte deltagere kunne melde sig ind på før eller på selve kurset. Projektlederen lovede at gå videre med denne idé som havde tilslutning blandt lærerne. Det var den almindelige mening, at mere konkrete småprojekter for grupper af lærere også ville fremme kommunikationen på Skolekom konferencen. Som en af lærerne sagde:

*Og jeg har set det med masser af konferencer, der kommer ikke liv før man har noget at snakke om! Så der skal være en grund til at komme ind og snakke! (Int 870-8719)*

En af deltagerne havde lagt en artikel<sup>11</sup> ud på Skolekom konferencen til inspiration og evt. diskussion. Sådanne initiativer kunne antagelig bedre tages op i lokale netværk, frem for i det fulde forum. Det ville være en god idé at lade projektet være ramme om et samarbejde mellem en eller flere matematikdidaktiske forskere og de af deltagerne som var interesserede i en egentlig studiekreds, hvor noget af den mere tilgængelige fagdidaktiske litteratur om brugen af CASværktøjer i matematik kunne læses kritisk og diskuteres.

## 6.2 Vidensdeling

Netværksdannelsen skal jo, foruden at understøtte lærernes egne kompetenceudvikling gennem udvikling og afprøvning af undervisningsmateriale i projektets afprøvningsfase<sup>12</sup>, også lægge op til den vidensdeling og udbredelse af resultater og erfaringer, som indgår i projektets formidlingsfase. En af deltagerne fortalte om sin egen udvikling mht vidensdeling:

*Fordi, altså, jeg brugte to dage i min påskeferie på at redde nogle boksplot og nogen normalfordelinger. Og jeg lavede nogen – og jeg brugte to dage på at lave bare nogen powerpoint med nogen animationer med pile osv, ikke? Og så bagefter sendte jeg dem til én kollega. Og hun var glad for dem, syntes de var ret gode. Så mødte jeg en anden kollega, han så dem og sagde jamen de er da rigtig gode, hvorfor lægger du det ikke ud? Så måtte jeg sige ved du hvad, jeg har brugt to dage mens I andre har holdt ferie, så har jeg brugt to dage! Så gik jeg hjem og tænkte mig om og så skammede jeg mig, og så lagde jeg dem ud til alle mine matematikkolleger og sagde: hvis I ligesom jeg har et hængeparti der hedder genopfriskning af boksplot, og fortolkning af dem, så værsgo! (Int,672-679)*

En lærer gav under gruppeinterview'et udtryk for, at deltagerne i DASG projektet gerne skulle nå frem til en form for råd eller anbefaling til kolleger udenfor projektet:

---

<sup>11</sup> Shoenfeld, A. (1992).

<sup>12</sup> Se bilag 1 i projektbeskrivelsen af DASG. Bilaget beskriver en udviklingsmodel, som rummer følgende fem faser: Idefasen, Udviklingsfasen, Afprøvningsfasen, Formidlingsfasen og Driftsfasen.

*Jeg tror at det er en smadder god idé hvis man i det her DASG-projekt, måske fra næste år, det var også det Marianne efterlyste, havde en diskussion af hvordan vi arbejder med det på klasserne, 1.g klasserne, og så en konklusion som jeg er helt enig med dig i, at C-niveauet det er for meget arbejde i forhold til udbyttet. Men hvordan introducerer vi til det, i vores 1.g klasse, for nu sidder vi her 40 lærere med på det her, men der er jo også 1000 andre! Og hvis vi på en eller anden måde skal brede det her ud til andre, så vil det også være noget med, at hvis vi 40 på en eller anden måde får diskuteret det igennem, og finder en god måde, eller flere gode måder, for vi er jo meget forskellige... (Int,476-483)*

En anden lærer svarede lidt senere:

*Jeg tror det bliver meget svært for os at blive enige om, hvad er den bedste måde at gøre det på! Og det jeg tror så, det er noget med en vifte, og først og fremmest er det noget med at vise eksempler på undervisningsmaterialer – de små arbejdssedler som vi hver især laver, altså jo flere af den slags der ligger ude som man kan orientere sig i – så kan man kigge på XX's, og det der er bare ikke mit temperament, og så kan man ... men jo mere man har at vælge imellem, jo bedre tror jeg man når ud med det. (Int,500-505)*

### 6.3 Udarbejdelse af undervisningsmaterialer

Opfyldelsen af et af projektbeskrivelsens andre mål, nemlig udarbejdelsen af undervisningsmaterialer, ser ud til at have fået en særdeles lovende start. Det betyder, at hvis projektledelsen har held til at styrke netværksdannelsen, vil netværkets deltagere komme i gang med at give værdifuld, kvalificerende respons på de udkast og tidlige versioner af undervisningsmateriale som lægges ud på Skolekom konferencen. Denne del af projektets mål vil så have gode chancer for at blive opfyldt på fin vis.

## **7. Referencer**

- Andresen, M. (2006). *Evaluering af delprojektet Matematik med CAS – matematik i 3.g del i projektet Matematik og Naturfag i Verdensklasse II 2004-2006*. På [www.matnatverdensklasse.dk](http://www.matnatverdensklasse.dk)
- Andresen, M. (2005). Matematik og Naturfag i Verdensklasse. Delprojekt A: Gymnasiets højniveau. I: Andresen, M. og Thorslund, J. (red): *Lærere i bevægelse* Samfundslitteratur.
- Fullan, M and Hargreaves, A. (1992). *Teacher development and educational change*.  
RoutledgeFalmer
- Petersen, A., Pawlik, E. og Andresen, M. (2004). *PC'en i brug: Erfaringer fra gymnasiets højniveau i matematik, fysik og kemi*. DPU
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I: Grouws, D. A. (ed): *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York Macmillan pp 334-370