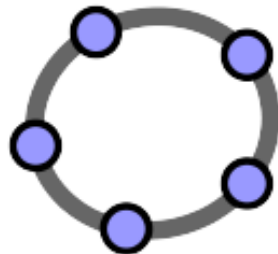

GeoGebra 3.0.0.0 Quickstart

det grundlæggende



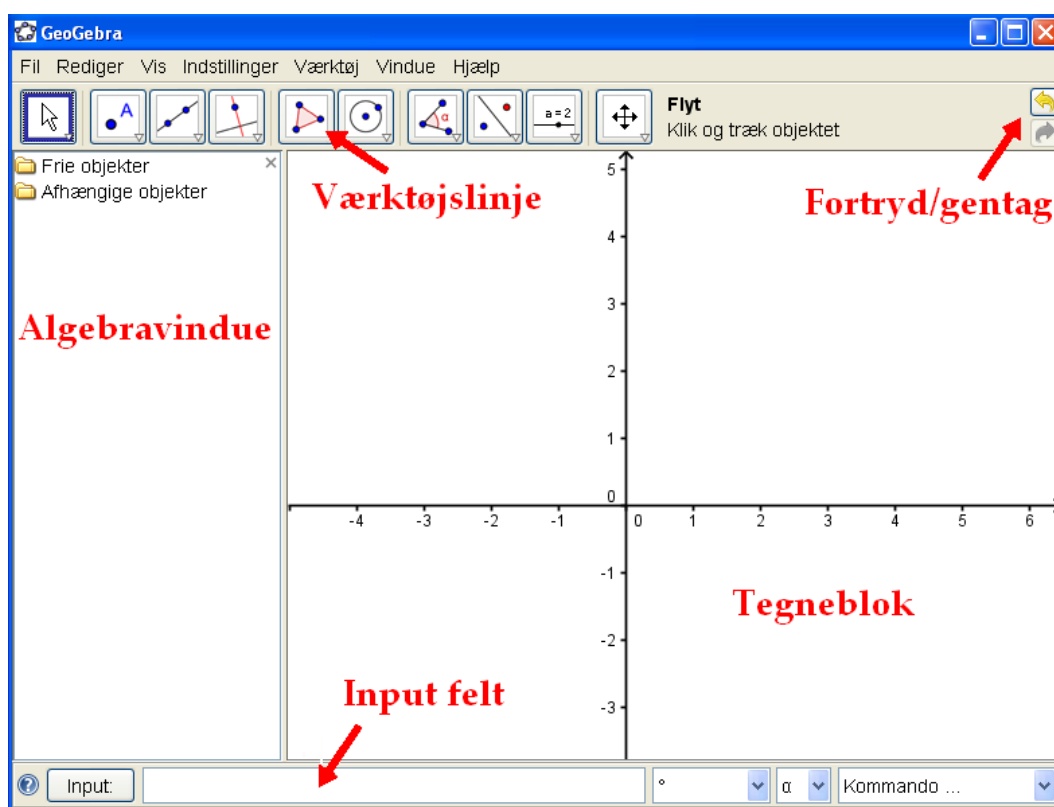
*Grete Ridder Ebbesen
frit efter GeoGebra Quickstart
af Markus Hohenwarter
Virum, 28. februar 2009*

Introduktion

GeoGebra er et gratis og meget brugervenligt dynamisk geometriprogram, lavet af østrigeren Markus Hohenwarter. Navnet er sammensat af ordene geometri og algebra. I GeoGebra kan man let konstruere forskellige geometriske figurer i planen og tegne og analysere grafer og funktioner.

Man skaffer sig GeoGebra ved at gå til www.geogebra.org og downloade programmet (under Hent) som installationsfil.

Når man åbner GeoGebra ses et vindue som vist nedenfor



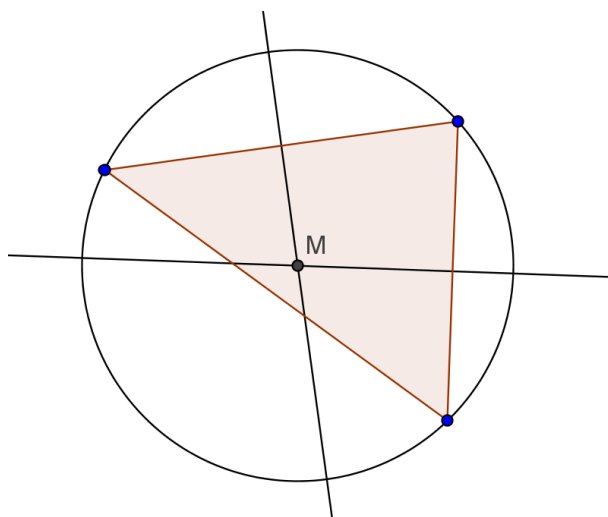
Ved brug af værktøjerne på værktøjslinjen kan man udføre konstruktioner på tegneblokken ved hjælp af musen. Samtidig kan man se de tilsvarende koordinater og ligninger i algebravinduet. Input-feltet kan bruges til indtastning af koordinater, ligninger, kommandoer og funktioner. Disse vises på tegneblokken umiddelbart efter tryk på enter.

Programmet læres nemmest ved brug. Denne quickstart er skrevet på baggrund af en Quickstart på www.geogebra.org, skrevet af Markus Hohenwarter.

Lidt musesnak: Venstre museknap bruges generelt til markering af objekter og valg og brug af værktøjer. Højremuseknap giver hurtigst muligheden for at redigere objekters egenskaber.

1 Omskreven cirkel

Opgave: At tegne en trekant og konstruere dens omskrevne cirkel



Vælg værktøjet: Polygon på værktøjslinjen. Klik herefter tre forskellige steder på tegneblokken. De tre punkter er trekantens hjørner. Trekanten lukkes ved at klikke på det første punkt.



Vælg værktøjet: Midtnormal og konstruer midtnormaler ved at klikke på to af trekantens sider.



Vælg værktøjet: Skæring mellem to objekter og peg på midtnormalernes skæringspunkt. Når begge linjer er fremhævet, klikkes med musen, og skæringspunktet afsættes. Giv skæringspunktet navnet M ved at pege på punktet, højreklik og omdøb punktet til M.



Endelig vælges værktøjet: Cirkel ud fra centrum og punkt. Peg først på centrum og herefter på et af hjørnerne i trekanten.



Vælg værktøjet: Flyt. Prøv at flytte rundt på trekantens hjørner og se hvad der sker - derfor kaldes GeoGebra et dynamisk geometriprogram.

Nogle tips:

- Prøv fortrydknappen og gentagknappen
- Prøv at skjule en af midtnormalerne ved at pege på den, højreklikke og fjerne fluebenet ved vis objekt.

- Et objekts udseende kan ændres ved højreklik og menupunktet Egenskaber. Prøv at ændre en af midtnormalerne til en stiplede rød linje
- Gå op til menupunktet Vis. Prøv at tilføje akser og gitterlinjer.
- Prøv at flytte koordinatsystemet ved at vælge Flyt tegneflade. Koordinatsystemet flyttes med musen
- Vælges menupunktet Vis-Konstruktionsprotokol kan man se de enkelte trin i konstruktion. Trinnene kan gennemgås et for et ved hjælp af pile-tasterne. Vælges Vis-Navigationslinje kan man se konstruktionen skridt for skridt og afspille den.

Konstruktionen ved brug af Input-feltet

Åbn en ny tegneblok og indtast trinnene i Input-feltet. GeoGebra genkender kommandoer. Afslut hver indtastning med enter.

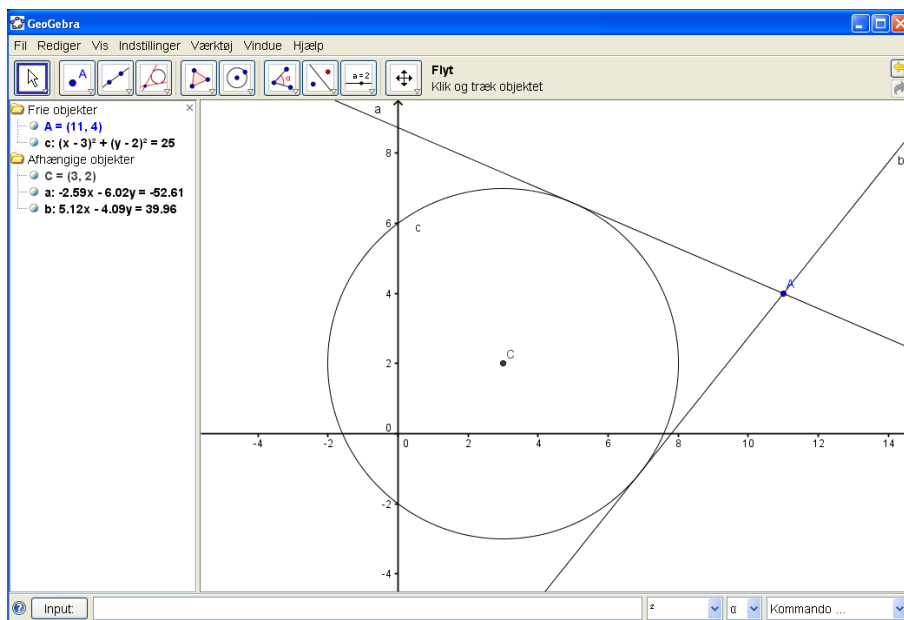
- $A=(2,1)$
- $B=(12,5)$
- $C=(8,11)$
- `polygon[A,B,C]`
- `l_a=midtnormal[a]`
- `l_b=midtnormal[b]`
- `M=skæring[l_a,l_b]`
- `cirkel[M,A]`

Nogle tips:

- Kommandoer kan vælges fra listen længst til højre på Inputlinjen.
- Aktiveres Input-ikonet med et klik, aktiveres Input-feltet. I denne indstilling vil et klik på et objekt på tegneblokken eller algebravinduet overføre dets navn til Input-feltet. (Undertegnede synes ikke altid dette virker)

2 Tangenter til cirkel

Opgave: At konstruere cirklen $c : (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ og dens tangenter gennem $A = (11, 4)$.



Konstruktionen ved brug af Input-felt og mus

Indtast cirklen $c : (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$ i Input-feltet og tryk enter (Eksponenten kan evt. hentes i feltet lige til højre for Input-feltet. Hat ^ virker!) Indfør centrum C ved at taste $C = \text{center}[c]$ i Input-feltet. Konstruer punktet $A = (11, 4)$ ved indtastning.

Input:



Vælg værktøjet: Tangenter og klik på A og cirklen c.



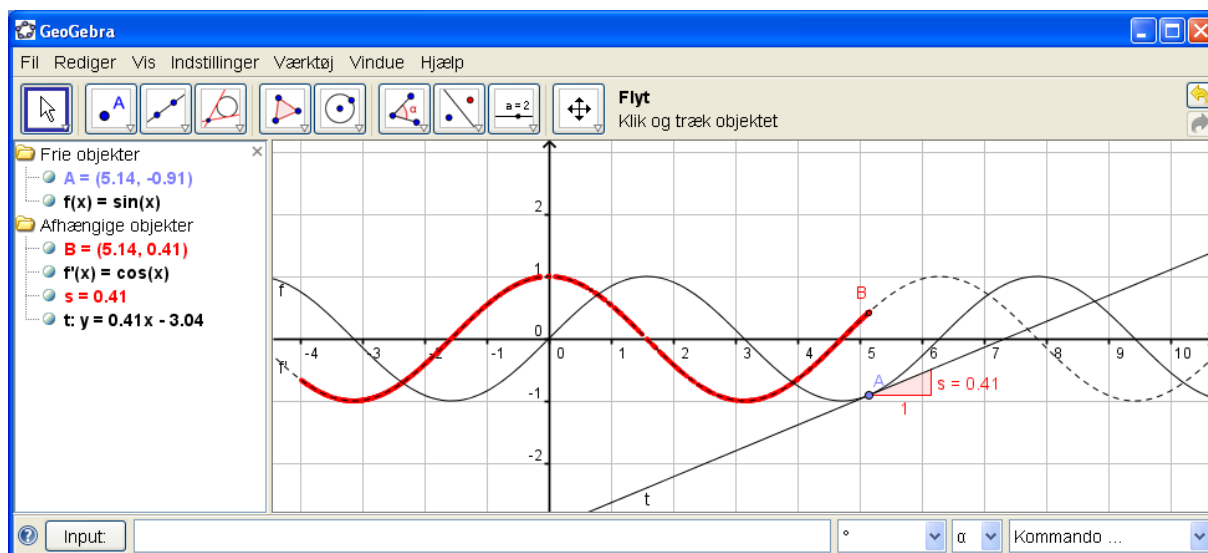
Vælg værktøjet: Flyt og prøv at flytte rundt på A. Hvis algebravinduet er vist, kan man også se ændringerne i tangenternes ligninger. Cirklen kan også flyttes.

Nogle tips:

- Hvis du har en mus med hjul, kan der zoomes ind og ud med hjulet. Ellers kan man bruge zoom ind/zoom ud værktøjerne.
- Man kan ændre cirkelns ligning ved at dobbeltklikke på dens ligning i algebravinduet.

3 En funktions afledet og tangenter


Opgave: At få tegnet grafen for $f(x) = \sin(x)$, dens afledede og dens tangent i et punkt.




1. Punkt på graf


Åbn en tegneblok og tilføj et koordinatsystem og evt. gitter ved højreklikmenuen.

Indtast funktionen $f(x) = \sin(x)$ i Input-feltet og tryk enter.

 Vælg et punkt A på grafen ved hjælp af værktøjet Nyt punkt og et klik på grafen.

 Vælg herefter tangentværktøjet og klik på A og grafen. Skift tangentens navn til t ved omdøbning under Egenskaber. Indfør $s = \text{hældning}[t]$ vha. Input-feltet.

 Vælg værktøjet: Flyt og prøv at flytte rundt på A. Indfør $B = (x(A), s)$ vha. Input-feltet og "tænd spor" for punktet B ved højreklik.

 Vælg værktøjet: Flyt og flyt rundt på A. Punktet B efterlader nu sit spor. Sporets tykkelse og farve kan redigeres under B's Egenskaber. Skriv kommandoen $\text{afledede}[f]$ i Input-feltet og afslut med enter.

Nogle tips:

- Indtast en ny funktion f.eks. $f(x) = x^3 - 2x^2$ i Input-feltet.

- Prøv at flytte grafen med flyt-pilen.

2. Punkt med $x = a$

Åbn en ny tegneblok og indtast kommandoerne

- $f(x) = \sin(x)$
- $a = 2$
- $T = (a, f(a))$
- $t = \text{tangent}[a, f]$
- $s = \text{hældning}[t]$
- $B = (x(T), s)$
- $\text{afledede}[f]$

Marker a i algebravinduet. Værdien af a kan nu varieres ved hjælp af tastaturets piletaster. Tangenten følger følger med.

Konstanten a kan også varieres ved at lave *en skyder*.

Højreklik på a i algebravinduet, aktiver først Vis objekt og herefter Egenskaber. Vælg fanebladet Skyder og indtast skyderens interval f.eks. -5 til 5.

Defaultværdierne for tilvækst og bredden er meget gode, og alt kan justeres efter behov ved genbesøg under Egenskaber.

Parametrisering af tangenter

Man kan også fastlægge tangenten ved dens parameterfremstilling. Slet først tangenten fra konstruktionen fra før og indtast

- $r = (1, f'(a))$
- $t: X = T + s \cdot r$

i Input-feltet.

Nogle tips:

- Tangenten kan også tegnes med kommandoen $t = \text{linje}[T, r]$.
- Prøv kommandoen $\text{integrale}[f]$.
- ☺ Lav en mappe og gem filen i denne mappe. Under "Fil", vælg Eksporter:Dynamisk Ark som Netside. Giv en beskrivende titel og eksporter til mappen. Html filen skulle gerne åbne automatisk. Hvis ikke, må html-filen åbnes i din browser. Appletten kræver JAVA, som bare kan downloades.

A Geogebra værktøjslinje

Flyt

Markeringsværktøjet i GeoGebra (som altid kan vælges ved at trykke Esc). Et objekt markeres (vælges) ved at pege på det. Herefter kan objekt flyttes, hvis der er frit og redigeres ved højreklik



Holdes Ctrl - tasten nede, kan man markere flere objekt samtidig ved klik. Hvis man ønsker et helt rektangulært område markeret, holdes venstre museknap nede, mens man markerer området. Hele områdets objekter følger med, når et af områdets punkter flyttes.

Tip 🙌:

Et markeret område kan også bruges til at udvælge sig et område, der skal eksporteres som billede eller udskrives.

Roter om punkt



Vælg først punktet, som objektet skal roteres om. Herefter kan man rotere et uafhængigt objekt ved at flytte det med musen.

Nyt punkt



Bruges til at afsætter et nyt punkt på tegneblokken eller vælge et punkt på et allerede tegnet objekt ved klik med musetasten.

Skæring mellem to objekter



Finder skæringspunkt mellem to objekt. Hvis man vælger de to objekter, vil man få alle skæringspunkter. Hvis man klikker på et synligt skæringspunkt fås kun dette.

Midtpunkt eller centrum



Bruges til at finde midtpunktet af et linjestykke eller centrum for et keglesnit.

**Linjen gennem to punkter**

Bruges til at tegne linjen gennem to punkter, man vælger.

**Linjestykket mellem to punkter**

Bruges til at tegne linjestykket mellem to punkter, man vælger.

**Linjestykke af given længde ud fra punkt**

Vælges et punkt som startpunkt for linjestykket, angives den ønskede længde i dialogboksen. Det tegnede linjestykke kan efterfølgende flyttes ved hjælp af flyt-pilen (peg på endepunkt).

**Halvlinje ud fra punkter**

Afsættes et punkt ved klik på tegneblokken, tegnes en halvlinje ud fra dette punkt, som fastlægges ved valg af andet punkt på halvlinjen.

**Vektor mellem to punkter**

Vælges startpunkt A og slutpunkt B tegnes \overrightarrow{AB} .

**Vektor fra punkt**

Vælges et punkt A og en vektor \vec{v} , afsættes \vec{v} ud fra A .

**Polygon**

Marker de punkter (mindst tre punkter), som skal være polygonens hjørner. Polygonen dannes, når man til sidst markerer udgangshjørnet. (Arealet kan ses i algebravinduet)

**Regulær polygon**

Marker to punkt A og B og angiv det ønskede antal sider i dialogboksen. Herved tegnes en regulær n -kant med AB som side.

**Vinkelret linje**

Marker først en linje og herefter et punkt A, der ikke ligger på linjen. Herved tegnes en linje gennem A, vinkelret på den oprindelige linje.

**Parallel linje**

Marker først en linje og herefter et punkt A, der ikke ligger på linjen. Herved tegnes en linje gennem A, parallel med den oprindelige linje.

**Midtnormal**

Marker blot et linjestykke. Så tegnes midtnormalen.

**Vinkelhalveringslinjen**

Markeres tre punkter A, B og C tegnes vinkelhalveringslinjen for vinkel ABC. Hvis man markerer to linjer/linjestykker tegnes begge vinkelhalveringslinjer.

Tangenter

i) Markeret et punkt A og et keglesnit tegnes alle tangenterne til keglesnittet gennem A



ii) Markeret et linjestykke og et keglesnit tegnes alle tangenter parallelle med linjestykket

iii) Markeret et punkt A på grafen for en funktion f , tegnes tangenten til grafen, for $x = x(A)$.

Sekant

i) Markeret et punkt A og et keglesnit tegnes en sekant til keglesnittet.



ii) Markeret et linjestykke og et keglesnit tegnes alle tangenter parallelle med linjestykket

iii) Markeret en linje eller en vektor fås en linje, som er en forlængelse af diameteren.

Cirkel ud fra centrum og punkt

Markeret et punkt C, tegnes en cirkel med C som centrum ved at afsætte et punkt.

Cirkel ud fra centrum og radius

Markeres et punkt C, åbner en dialogboks, hvor man indtaster radius. Herefter tegnes en cirkel med C som centrum og den valgte radius.

Cirkel gennem tre punkter

Afsættes tre punkter, tegnes en cirkel (evt. udartet) gennem de tre punkter.

Halvcirkel ud fra to punkter

Afsættes to punkt A og B tegnes en halvcirkel med AB som diameter.

Cirkelbue ud fra centrum, radius og punkt

Markeres tre punkt C, A, og B, tegnes en cirkelbue med centrum i C, som starter i A og hvis "endepunkt" er bestemt ved B. Punktet B vil normalt ikke ligge på buen. Buen fortsætter til skæringen mellem linjen gennem C og B og buen, og den afsættes i positiv omløbsretning.

Cirkelbue gennem tre punkter

Markeres tre punkt tegnes cirkelbuen gennem de tre punkter.

Cirkeludsnit ud fra centrum og to punkter

Markeres tre punkt C, A og B tegnes et cirkeludsnit med C som centrum, som starter i A og slutter i B (eller skæringen mellem linjen gennem C og B og cirkelbuen).

Cirkeludsnit ud fra tre punkter

Markeres tre punkt tegnes et cirkeludsnit gennem punkterne.

Konisk ud fra fem punkter

Markeres fem punkt tegnes et keglesnit gennem punkterne. Obs: Hvis højst tre af punkterne ligger på en ret linje, er keglesnittet defineret.

Vinkel



Markeres tre punkter A, B og C fås gradtallet på vinkel ABC. Markeret to linjer, linjestykker eller to vektorer fås vinklen mellem disse. Vinklen angives a priori ved et gradtal mellem 0° og 180° . Kan ændres under egenskaber.

Vinkel med given størrelse



Markeres to punkt A og B, kan vinklen vælges i et dialogvindue. Herved tegnes et punkt C og den valgte vinkel svarer til vinkel ABC.

Længde



Giver afstanden mellem to markerede punkter eller afstanden fra punkt til linje.

Areal



Giver arealet af en polygon, cirkel eller ellipse i algebravinduet.

Hældning



Viser hældningen af en ret linje.

Skyder



Skyderen er en grafisk repræsentation af et frit tal eller vinkel. Klik på et punkt på tegneblokken. I dialogvindue kan man knytte skyderen til en talstørrelse via navnet, fastsætte skyderens interval [min, maks], retning, bredde og dens position på tegneblokken.

Sted

Marker et punkt B, som afhænger af et andet punkt A, og som vi vil tegne det geometriske sted for. Klik så på punkt A. Punktet B skal være et punkt på et objekt (f.eks. en linje, et linjestykke eller en Cirkel).

Et eksempel:

i) Skriv $f(x) = x^2 - 2x - 1$ i inputfeltet



ii) Vælg et punkt A på x -aksen

iii) Indfør punktet B som $B = (x(A), f'(x(A)))$, (som afhænger A)

iv) Vælg Sted på værktøjslinjen og klik på B og herefter på A.

v) Flyt punktet A langs x -aksen for at se, hvordan punkt B flytter sig langs sit geometriske sted (i dette tilfælde linjen med ligning $y = 2x - 2$, som kan ses, hvis man tænder for sporet)

Spejl objekt i linje



Marker først objektet, som skal spejles. Herefter klikkes på linjen, som objektet skal spejles omkring.

Spejl objekt i punkt



Marker først objektet, som skal spejles. Herefter klikkes på punktet, som objektet skal spejles omkring.

Drej objekt om punkt med vinkel



Marker først objektet, som skal spejles, og klik herefter på rotationcentret. I dialogboksen vælges drejningsvinklen.

Parallelforskyd objekt med vektor



Marker først objektet, der skal forskydes og herefter forskydningsvektoren.

Multipliser objekt om punkt med faktor



Først markeres det objekt, som skal skaleres. Herefter klikkes på multiplikationscentret. Skalafaktoren vælges i dialogvinduet.

Check box for at vise eller skjule objekter



Ved et klik på tegneblokken indsættes en check box, som styrer om et objekt/flere objekter skal vises eller skjules. I en dialogboks kan man bestemme, hvilke objekter boxen skal styre.

Indsæt tekst

Værktøjet sætter en tekstboks, når man vælger et punkt på tegneblokken, eller en tekstboks knyttet til et allerede markeret punkt.

Teksten, som indtastes i dialogboksen, kan være statisk eller dynamisk.

ABC

Indtastning	Beskrivelse
"Punktet A"	Statisk tekst
"Punktet A = "+A	Dynamisk, bruger aktuel værdi af A
"Højden h = "+h + "cm"	Kombination

Tekstboksen tillader brug af \LaTeX . Sæt flueben.

Tekstens placering kan være absolut på skærmen eller være i forhold til koordinatsystemet (Vælg Egenskaber for teksten for at redigere).

Indsæt billede



Værktøjet placerer et billede på tegneblokken med nederste venstre hjørne i et punkt, der vælges ved klik, eller i et allerede markeret punkt. Derefter kan man vælge det billede, der skal indsættes ved hjælp af dialogboksen. Billedets egenskaber kan redigeres, se nedenfor.

Indsæt billede. Placering



Billedets egenskaber kan ændres ved højreklik på billedet. Billedet kan tildeles en absolut placering på skærmen eller en placering relativ til koordinatsystemet. Ved en relative placering kan man selv bestemme placeringen af 1.hjørne (nederst til venstre), 2.hjørne (nederst til højre) og 4.hjørne (øverst til venstre). Herved kan billedets størrelse varieres og billedet kan skaleres/roteres/spejles etc. .

Indsæt billede. Placeret ved punkt A



Hvis billedet skal knyttes til et punkt A, kan billedets hjørners koordinater defineres ved brug af A's koordinater. Hvis man f.eks. sætter første hjørne til A, 2.hjørne til $A+(1,0)$ og 4.hjørne til $A+(0,2)$, vises billedet med bredde 1 og højde 2 ved A, og billedet følger med, når A flyttes.

Indsat billede. Baggrundsbillede. Transparent

Ved hjælp af Egenskaber kan et indsat billede gøres til et baggrundsbillede. Et baggrundsbillede ligger bag koordinatsystemet og kan ikke vælges med musen. Skal billedets egenskaber ændres, gøres dette nemmest ved at vælge Redigér på Værktøjslinjen og Egenskaber

Billedet kan gøres mere eller mindre gennemsigtigt under Egenskaber ved at vælge Stil og vælge en værdi for fyld mellem 0% og 100%.

**Relation mellem to objekter**

a = b

Markeres to objekter, vises om de er identiske.

Flyt tegnefladen

Kan bruges til at flyttetegnefladen (origo i koordinatsystemet) og ændre skaleringen på akserne. Peges på et punkt og flyt med mus.

NB: Man altid flytte tegnefladen og ændre skaleringen ved at holde Shift-tasten nede og flytte med musen.

**Forstør**

Zoomer ind

**Formindsk**

Zoomer ud.

**Vis/skjul objekt**

Viser/skjuler markeret objekt.

**Vis/skjul navn**

Klik på et objekt for at vise eller skjule navnet på objektet.

Kopier udseende

Kopiere synlige egenskaber(farve, størrelse, linjestil) fra et objekt til flere andre. Først vælges objektet, som man ønsker at kopiere stilen fra. Herefter klikkes på alle de objekt, som egenskaberne skal overføres til.

**Slet objekt**

Sletter objekt.

**Undo**

Fortryd foregående handling.

**Redo**

Et trin frem.

Konstruktionsbegrivelse

Viser konstruktion af objektet trin for trin i en tabel.

Konstruktionen kan vises og afspilles ved under "Vis" at vælge "Navigationsslinje for konstruktionstrin".

**Omdefinier**

Omdefinier allerede indført objekt.

**Omdøb**

Giv objektet nyt navn.