

Grafteori	Niveau 1	LÆRER
-----------	----------	-------

Afstande og gåtider – Eller fornøjelsen ved at finde en vej

Nedenstående er en tekst til læreren. Eleverne præsenteres for opgaverne gennem ppt-slides. Det samlede forløb kan afvikles over 2-3 lektioner.

Forudsætninger

Bekendtskab med 'hvis ... så ...'-argumentation. Almindelig regning. Et vist kendskab til Google Maps eller lignende Map-program (Bing Maps, Krak...)

Læringsmål

Forløbet skal ses som en indledning til grafteori, men kan også stå alene. Målet er at kunne modellere ruter og lignende ved hjælp af grafer herunder at få kendskab til og aktivt bruge vigtige begreber som vægtet graf, knude(-punkter), kanter og stier. I den forbindelse er det vigtigt, at eleverne gennem forløbet ser, at forskelligt udseende grafer kan være ækvivalente beskrivelser af samme situation. Der skal gælde, at elevernes modeller er velforklarede, også for andre elever i klassen. Der skal argumenteres klart for, at en rute eller sti er den korteste.

Forslag til redskaber

Blyant/papir, tavle/farvekridt, en computer eller mobiltelefon med software, der kan producere kort (Google Maps, Bing Maps, Krak eller lignende) – det kan være en god ide at have et print til hver gruppe af de to kort, der indgår i ppt'en til eleverne. Lommeregner.

Den udfoldende opgave

(Opgaven præsenteres for eleverne på ppt-slides. Hvis der uddeles materiale, skal det foregå successivt i de forskellige faser – se nedenfor)

Opgavens overordnede spørgsmål er: Hvordan finder Google Maps (eller tilsvarende Maps) vej?

Den tager form af en modellering af:

- hvordan man med grafer kan arbejde med punkter, veje (med afstande) og ruter. Dette involverer de grafteoretiske termer knuder, kanter, kantvægt og stier.
- hvordan forbindelsen mellem rutevejledning og kort i en software kan være designet

Eleverne skal selv undersøge og beskrive kort og rute ud fra et konkret eksempel. Dernæst skal de ud fra nogle punkter og afstande selv modellere. Gennem processen skal de selv være med til at udvikle begreberne. De centrale begreber må gerne kondenseres langsomt – det er ok at snakke om fx 'hjørner' og 'T-kryds', eller at bruge ordene 'vej' og 'afstand' om en kant. Men i det omfang man begynder at diskutere og fremvise ting for hinanden, er de korrekte grafteoretiske termer nyttige og skal introduceres af læreren. Det er en pointe, at i matematik ender en diskussion, "hvad snakker vi om?", med en definition. Herefter skal det være klart, hvad vi snakker om.

Forløbet er beskrevet i forskellige faser. Man kan nok ikke gå ud fra, at eleverne uden videre har kendskab til Google Maps eller tilsvarende applikationer. Fase 0 skal råde bod på dette, men er ikke en del af det forløb, eleverne skal reflektere over, eller som læreren samler op på.

0. Fase.

På Google Maps kan man finde afstande og rejsetider ved forskellige transportformer. Google leverer både kort og rutevejledninger på tekst. Denne fase handler om, at eleverne bliver fortrolige med, hvordan man får kort og vejledning frem.

I første omgang vil vi se bort fra rejsetider – og ser på distancer – derfor sætter vi Google Maps til at se på "fodgænger". Antagelsen er, at fodgængere stort set går lige hurtigt uanset vej. For biler er der oplagt, at ruter fx ad motorveje er hurtigere end den korteste rute, men den komplikation vil vi undgå.

Eleverne starter med at gøre sig kendt med softwaren, fx ruten fra der, hvor de bor, til nærmeste Netto, station eller skole. De skal bruge noget, der er relativt tæt på og ikke kræver for mange veje. Eleverne kan se, om

Google har fundet den korteste vej

De skal have en rutevejledning frem. Her fremkommer en simpel forbindelse mellem kortet og vejledningen – nemlig, at der er en række faste punkter (fx når man drejer). Og dertil afstande eller tider mellem disse punkter.

De må gerne ændre på ruten fx ved at trække i ruten – eller ved at tilføje et tredje sted midt på, som ruten skal passere. Man kan placere et punkt midt på en rute ved fx at tilføje destinationen til sidst og dernæst bytte om på rækkefølgen fra A til Z.

1. Fase.

Fra fase 0 antages eleverne at kende programmet. Læreren giver hver gruppe en start- og slutadresse (hvis eleverne selv vælger, kan der gå megen tid med dette valg.)

Forbindelsen mellem rutevejledning og kort skal beskrives. Gerne med egne ord.

Elevpræsentationerne afsluttes, når læreren skønner, at eleverne har forstået forbindelsen mellem kort og vejledning. Fase 1 bør være kortvarig.

2. Fase.

Der samles op på fase 1. De grafteoretiske termer knude, kant, sti introduceres.

Eleverne præsenteres for ideen, at Google Maps ruter næppe "læser" på et kort, men i stedet består i nogle punkter med afstande. (Punkterne er knyttet til koordinater på kortet, der muliggør at placere dem på et skærbillede).

Det skal eleverne nu udforske med papir og blyant – se ppt til eleverne.

Fase 2 afsluttes med at eleverne præsenterer deres grafer for hinanden – og med, at der klart argumenteres for, hvilken sti der er den korteste mellem punkt V og VI.

3. Fase.

Denne fase handler om, hvordan man tilføjer nye punkter til en allerede kendt graf, og hvilke beregninger det giver anledning til, hvis man vil finde den korteste vej. Denne del bør ikke tage lang tid.

4. Fase.

Eleverne præsenteres for to løsninger fra hhv. Google Maps og Bing Maps. De to løsninger diskuteres, og eleverne undersøger, om de kan placere deres punkter og ruter på det rigtige kort. Nedenfor er et link til Google Maps med ruten, hvis man får brug for det. Men et print af de to kort er en god måde at arbejde på.

<https://www.google.dk/maps/dir/55.7978048,12.514206/55.792297,12.5175126/@55.7950508,12.5113619,16z/data=!3m1!4b1!4m2!4m1!3e2>

5. Fase.

Er elevernes opsamling med en kort tekst og illustrationer, der skal vise, at de kan formidle, den indsigt de har opnået – nu med fagtermer fra grafteori: Knude (her de punkter som Google arbejder ud fra, typisk en adresse), kant (forbinder to knuder uden mellemliggende knuder), kantvægt (afstand mellem de to knuder, som kanten forbinder), sti mellem to knuder (en liste af kanter som gennemløbes for at komme fra den ene til den anden knude; der kan være 0, 1 eller flere stier mellem to knuder), længde af sti (summen af kantlængderne, der indgår i stien). Evt. også afstand mellem to knuder (længden af den korteste sti, som forbinder de to knuder).

6. Fase.

Læren samler op og konkluderer på forløbet – giver eksempler i form af perspektiveringer til, hvad man ellers bruger grafteori til.

Metodiske overvejelser.

Vi arbejder med at modellere med grafer. Vægtede grafer er en slagkraftig måde at arbejde med forskellige former for kort, men kan også bruges i mange andre sammenhænge. Ved hjælp af grafer kan man argumentere for bestemte egenskaber – fx at finde korteste veje ved at prøve sig frem. Grafer med umiddelbart forskelligt udseende kan modellere de samme ruter. Man kan forklare, at de i en vis forstand er ækvivalente. Grafteori er et vigtigt eksempel på diskret matematik og et område, hvor man kan få eleverne til selv at være med til at udvikle teoriens centrale begreber.

Nogle muligheder for videre arbejde...

Hvis man vil arbejde mere med grafteori, er der mange muligheder. Man kan fx se på cykel- eller bilruter. Her kan man måske støde på problemer som ensrettede veje, og at ruter ud og hjem ikke giver samme tid eller ikke er lige lange. Det kan give anledning til at introducere begrebet orienterede grafer.

Man kan også se på klassiske grafproblemer som "Broerne i Königsberg", se fx

https://en.wikipedia.org/wiki/Graph_theory